

Podstawy kryptografii

Wykład nr 1

Temat: Wprowadzenie do kryptografii

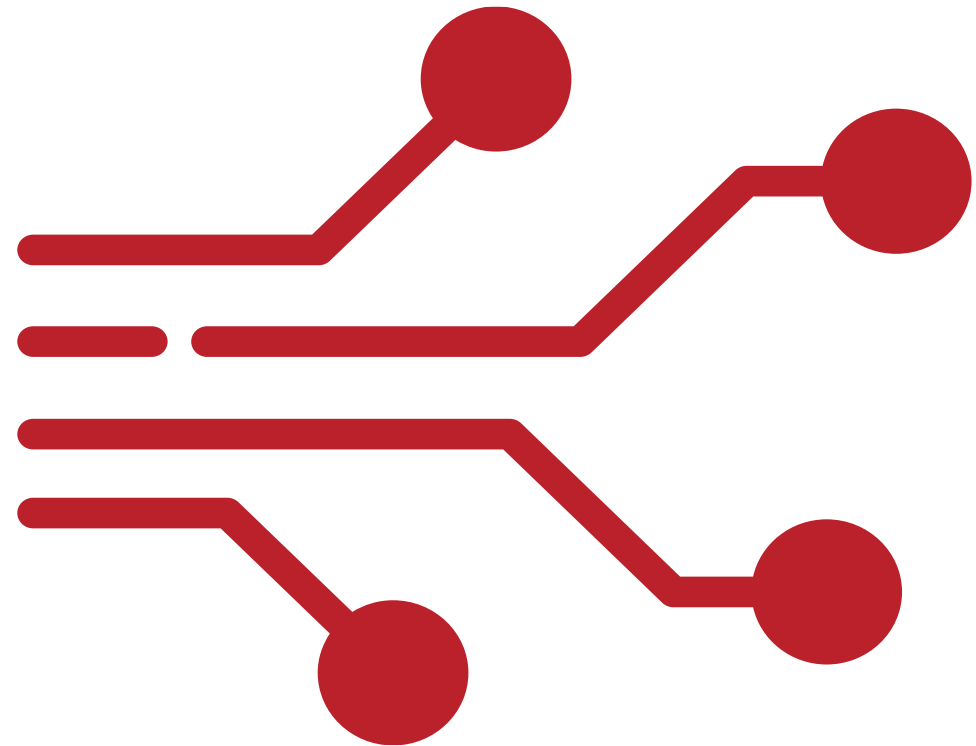
dr Michał Dolecki
Katedra Inteligencji Obliczeniowej
Zakład Uczenia Maszynowego

Plan wykładu

- Kryptografia jako nauka
- Podstawowe pojęcia
- Historia kryptografii



Kryptografia



3

Kryptologia i jej dziedziny

Kryptologia

gr. *kryptós* 'ukryty', *lógos* 'słowo'

nauka o szyfrowaniu, tzn. o bezpiecznych sposobach przekazywania informacji

Kryptografia

gr. *kryptós* 'ukryty', *gráphō* 'piszę'

ogół metod utajniania informacji za pomocą szyfrowania; dziedzina kryptologii

Kryptologia i jej dziedziny

Kryptoanaliza

gr. *kryptós* 'ukryty', *analýein* 'analizować'

nauka i sztuka rozszyfrowywania kryptosystemów w celu pozyskania informacji

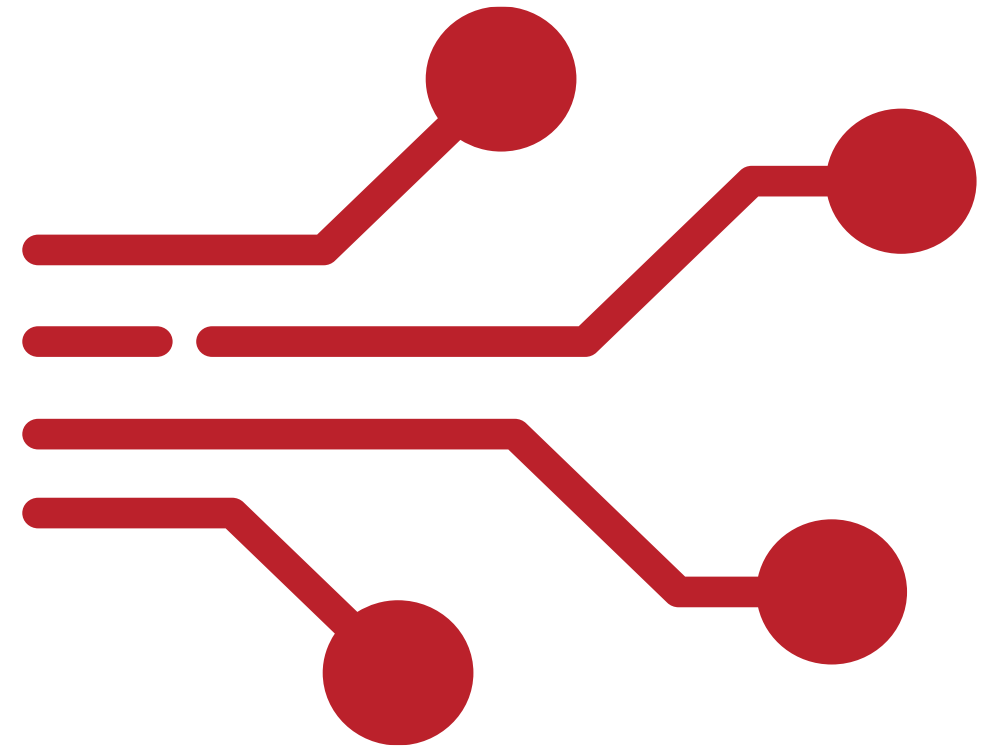
Steganografia

gr. *steganos* 'ukryty, chroniony' i *graphein* 'pisać'

nauka o komunikacji w taki sposób, by obecność komunikatu nie mogła zostać wykryta

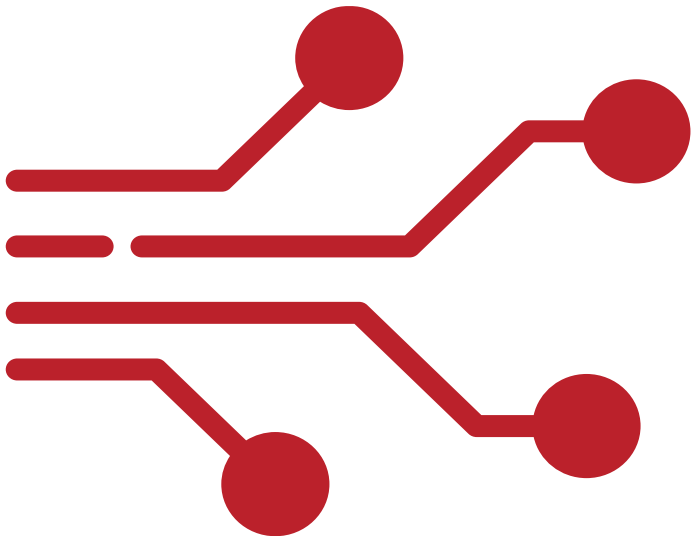
Źródła: Encyklopedia PWN, Słownik Języka Polskiego, Wikipedia⁵

Podstawowe pojęcia



6

Dane i informacje



Dana -- Informacja

Ochrona danych -- ochrona informacji

Zrozumienie różnicy między daną a informacją oraz sposobów ich ochrony jest kluczowe dla każdego, kto zajmuje się bezpieczeństwem, ponieważ to, co chronimy, determinuje jak to chronimy.

7

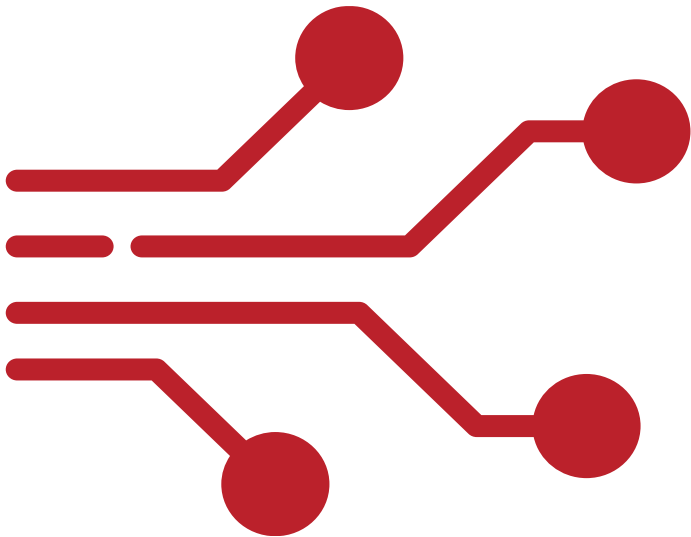
Pojęcie danej

Czym jest Dana? (Data)

To surowy, nieprzetworzony fakt, liczba, symbol lub obserwacja. Sama w sobie dana nie posiada znaczenia ani celu – jest po prostu cyfrowym lub fizycznym zapisem

Przykład: Liczba „39”, słowo „Kowalski”, ciąg bitów 10110

Są obiektywne, statyczne i nieprzetworzone



Pojęcie informacji

Czym jest Informacja? (Information)

Informacja powstaje, gdy danym nadamy kontekst, ustrukturyzujemy je i zinterpretujemy. Informacja odpowiada na pytania takie jak: *kto? co? gdzie? kiedy?*

Przykład: „Temperatura pacjenta wynosi 39°C” (liczba zyskała kontekst medyczny), „Jan Kowalski jest administratorem systemu”

Jest subiektywna (zależy od odbiorcy) i celowa

Ochrona danych

Skupia się na technicznym i prawnym aspekcie zabezpieczenia samych rekordów

Główny cel: Zapewnienie, że dane nie zostaną utracone, uszkodzone i są przetwarzane zgodnie z prawem (np. RODO)

Zakres: Kopie zapasowe (backup), szyfrowanie dysków, retencja danych (jak długo je przechowujemy), ochrona danych osobowych

Pytanie: *Czy nasze bazy danych są bezpieczne i czy mamy prawo je posiadać?*

10

Ochrona informacji

Skupia się na wartości i znaczeniu treści. Jest pojęciem szerszym, obejmującym nie tylko bazy danych, ale i wiedzę w głowach pracowników czy tajemnice handlowe

Główny cel: Ochrona Triady CIA (Poufność, Integralność, Dostępność) w odniesieniu do aktywów informacyjnych firmy

Zakres: Klasyfikacja informacji (tajne, poufne), polityki czystego biurka, umowy NDA, zapobieganie wyciekom intelektualnym

Pytanie: *Kto ma dostęp do naszej strategii biznesowej i czy jest ona autentyczna?*

Cele bezpieczeństwa (Triada CIA+)

Fundamentalne obszary zabezpieczania danych i informacji:

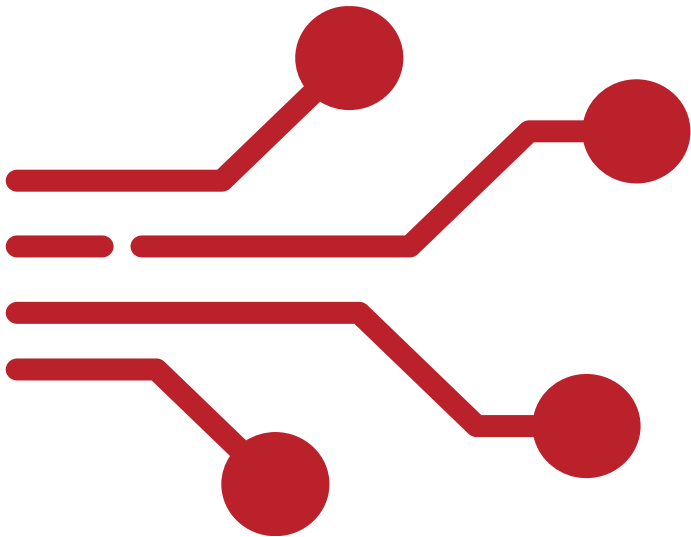
- Poufność (Confidentiality)
- Integralność (Integrity)
- Dostępność (Availability)
- Niezaprzeczalność (Non-repudiation)

12

Integralność

Sposoby zapewniania integralności danych:

- Kodowanie redundantne
- Kody detekcyjne (EDC)
 - CRC
- Kody korekcyjne (ECC)
 - Kod Hamminga

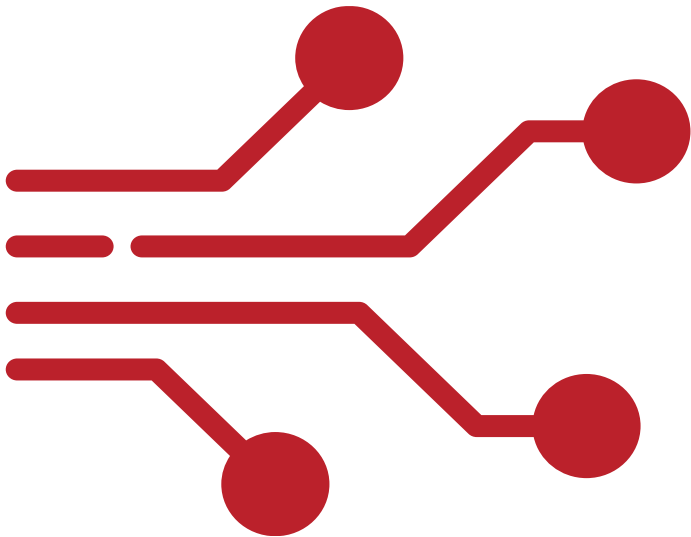


Kod a szyfr

kody operują na znaczeniach/słowach
szyfry na poziomie bitów/znaków

kody nie ukrywają informacji, bo są znane jak
kod binarny – każdy wie jak zapisać liczbę w
systemie dwójkowym

szyfry przekształcają informację w sposób
czytelny tylko dla osób upoważnionych



14

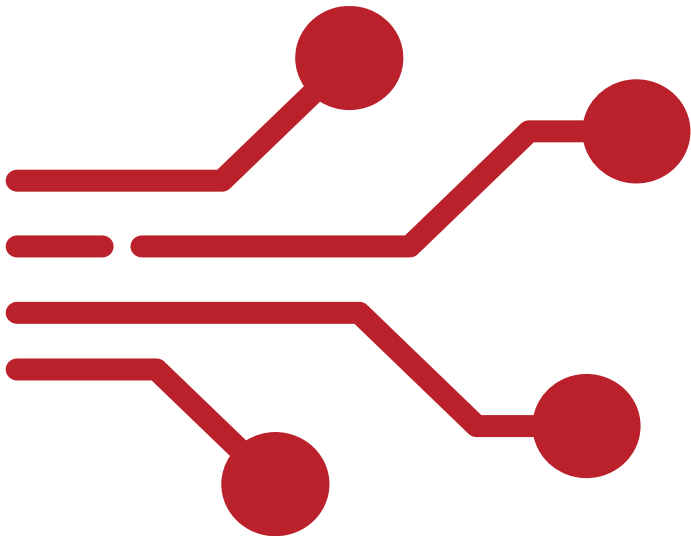
Niezaprzeczalność i poufność

Niezaprzeczalność

Podpisy wiadomości (będą omawiane w dalszych wykładach)

Poufność informacji

Przekształcenie tekstu jawnego do szyfrogramu, który jest niezrozumiały dla nieuprawnionych stron komunikacji



Klasyczny podział kryptosystemów

- Kryptosystemy zamknięte
[ang. *closed cryptographic systems*]
- Kryptosystemy otwarte
[ang. *open cryptographic systems*]

historyczny podział kryptosystemów

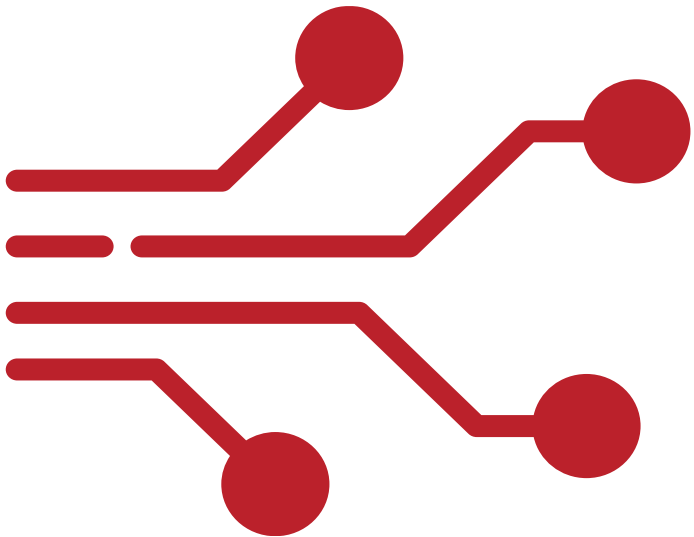
obowiązywał przez wieki

doskonale ilustruje ewolucję myślenia o bezpieczeństwie informacji.

Kryptosystemy zamknięte

zarówno algorytm szyfrowania, jak i klucz (o ile w ogóle występował) stanowiły tajemnicę

bezpieczeństwo całego systemu opierało się na założeniu, że przeciwnik nie zna szczegółów działania zastosowanego szyfru



Zasada bezpieczeństwa

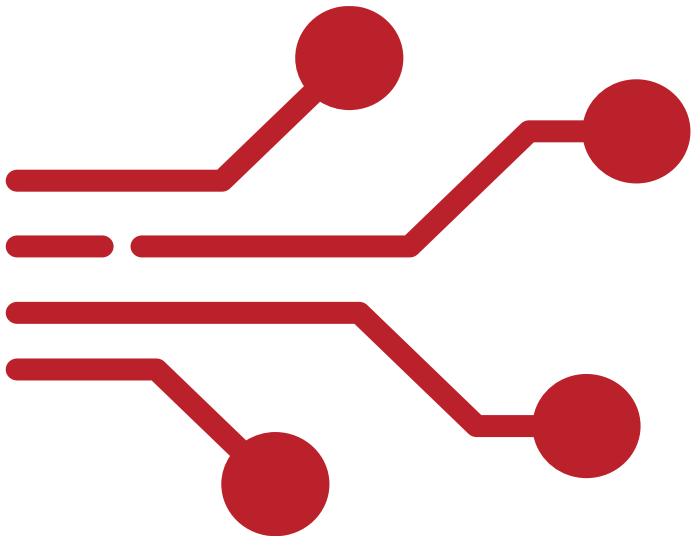
Podejście takie opiera się na zasadzie:

"Bezpieczeństwo przez niejasność"

ang. *security through obscurity*

innymi słowy

Skoro atakujący nie wie, jak działa szyfr,
nie będzie w stanie go złamać

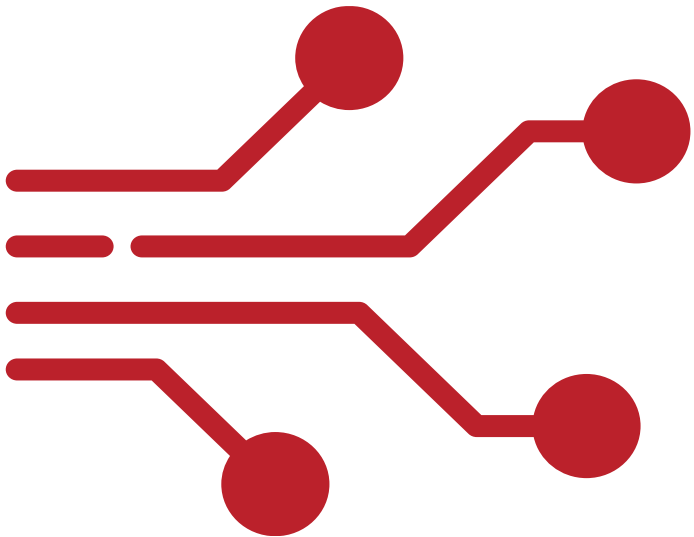


Przykłady historyczne

Szyfry używane w starożytności i średniowieczu – często były to autorskie, nieudokumentowane metody, znane tylko wąskiemu gronu wtajemniczonych

Historia pokazała, że ta koncepcja jest głęboko wadliwa
Prędzej czy później algorytm trafiał w ręce wroga

Problem techniczny: jak szyfrować komunikację
np. z bankiem dla tysięcy klientów?



Zasada Kerckhoffsza

jedna z podstawowych zasad współczesnej kryptografii

Auguste Kerckhoffs (1835 - 1903) – holenderski językoznawca i kryptograf, profesor języków

Artykuły *La Cryptographie Militaire* („Kryptografia wojskowa”) 1883

analizując ówczesne systemy kryptograficzne, sformułował sześć zasad, z których najsłynniejsza (druga) brzmi:

System nie powinien wymagać tajności, a wpadnięcie w ręce wroga nie powinno sprawiać kłopotu

20

Pełna lista zasad

1. System powinien być, jeśli nie teoretycznie, to w praktyce nie do złamania.
2. **Projekt systemu nie powinien wymagać jego tajności, a ewentualne jego ujawnienie nie powinno przysparzać kłopotów korespondentom**
3. Klucz powinien być: możliwy do zapamiętania bez notowania i dodatkowo – łatwy do zmienienia.
4. Kryptogramy powinny być możliwe do przesłania drogą telegraficzną.
5. Aparatura i dokumenty powinny być możliwe do przeniesienia i obsłużenia przez jedną osobę.
6. System powinien być prosty – nie wymagający znajomości wielu reguł ani nie obciążający zbytnio umysłu.

21

Kryptosystemy otwarte

algorytm szyfrowania jest jawny i powszechnie znany, natomiast tajemnicą jest wyłącznie klucz (parametr, który steruje działaniem algorytmu)

zakłada się, że *wróg* zna używany algorytm szyfrowania
bezpieczeństwo opiera się na tajności klucza

nawet jeśli atakujący zna dokładnie wszystkie szczegóły konstrukcji szyfru, nie jest w stanie odczytać wiadomości bez znajomości konkretnego klucza

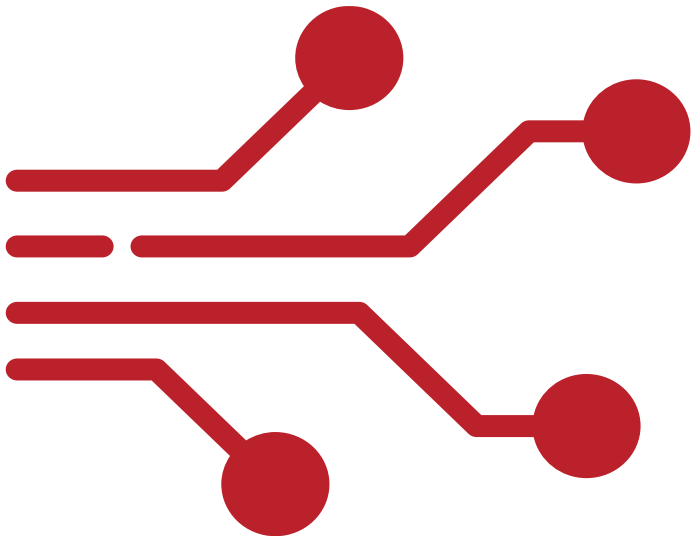
22

Przykłady - AES

Przykłady już nie historyczne:

Algorytm AES (Advanced Encryption Standard)

specyfikacja jest publicznie dostępna, a mimo to pozostaje bezpieczny, ponieważ klucz o odpowiedniej długości (np. 128, 192, 256 bitów) jest praktycznie niemożliwy do odgadnięcia.



Przykłady – RSA, TLS

Algorytm RSA

opiera się na publicznie znanych zasadach matematycznych, ale bezpieczeństwo zapewnia trudność faktoryzacji dużych liczb, a klucz prywatny pozostaje tajny.

Protokół TLS (Transport Layer Security)

jego działanie jest dokładnie opisane w dokumentach RFC, a bezpieczeństwo zapewniają klucze sesji.

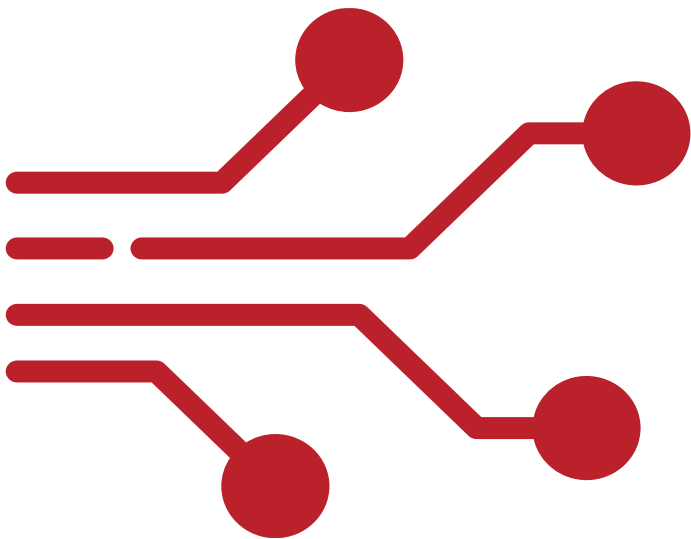
24

Zalety kryptosystemów otwartych

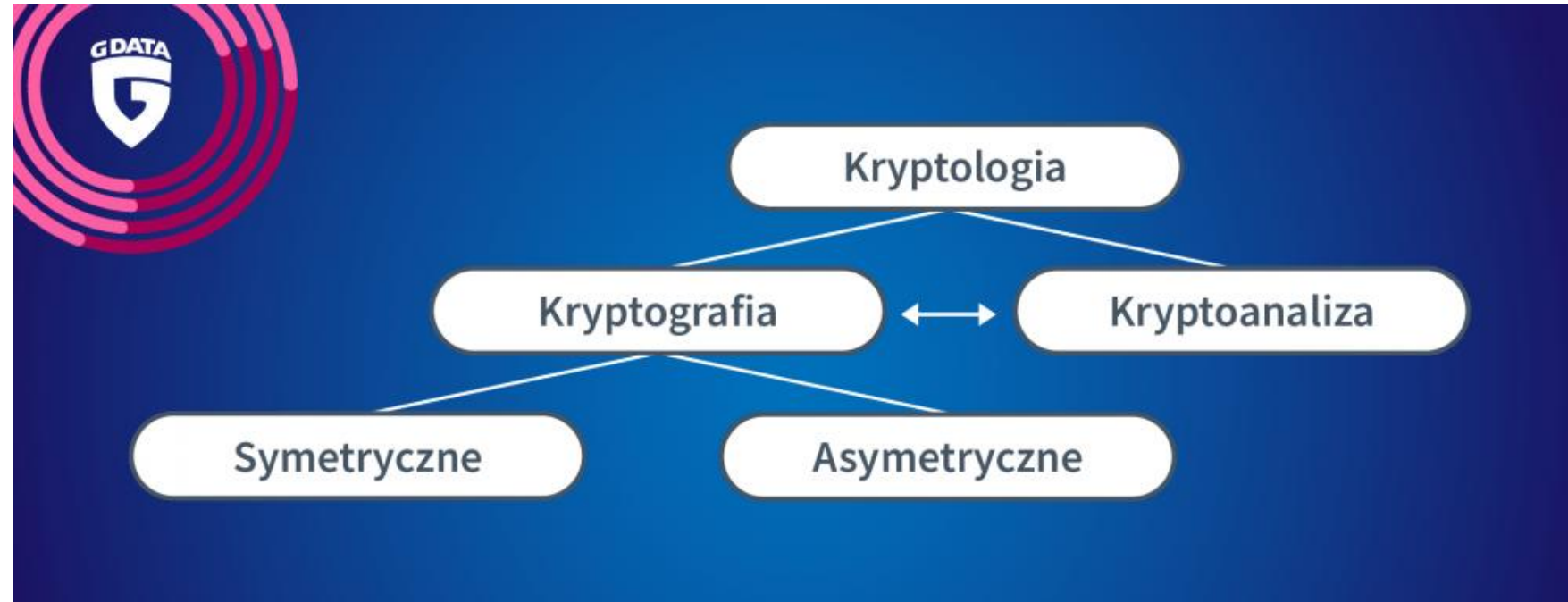
Weryfikowalność: Jawny algorytm może być analizowany przez tysiące niezależnych ekspertów na całym świecie.

Standaryzacja: Otwarte algorytmy mogą stać się standardami (jak AES), co umożliwia ich implementację w różnych systemach i interoperacyjność.

Bezpieczeństwo w dłuższej perspektywie: Nawet jeśli algorytm zostanie skompromitowany (np. odkryto w nim podatność), można go wymienić, nie ujawniając przeszłych wiadomości, o ile klucze pozostały tajne.



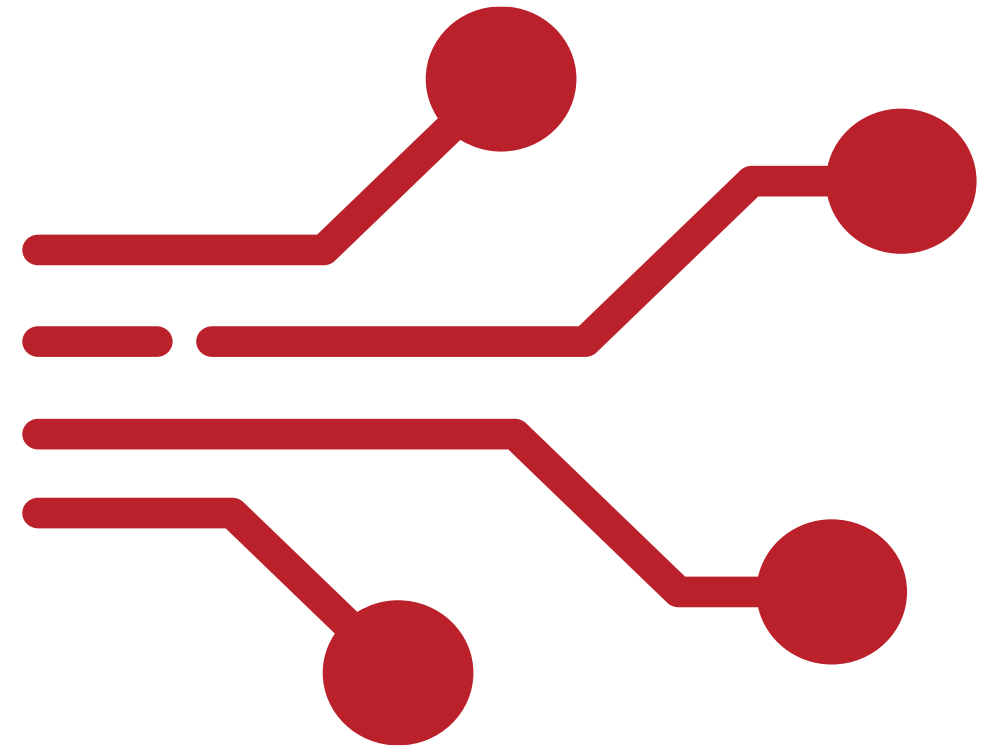
Podział kryptologii



Źródło: <https://gdata.pl/przewodnik/kryptografia>

26

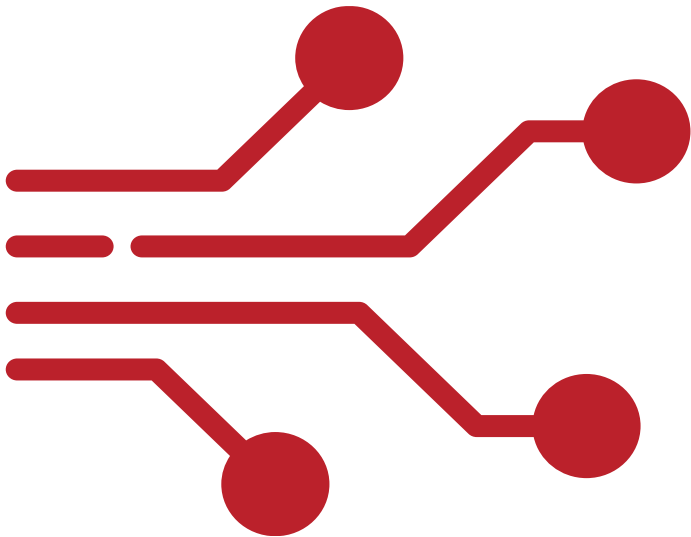
Historia kryptografii



Starożytny Egipt

umiejętność czytania hieroglifów jako sposób ukrywania informacji przed powszechnie niepiśmiennym ludem

skrybowie używali też nietypowych hieroglifów. Nie miały one ukryć treści przed każdym, ale nadać inskrypcjom aurę tajemniczości i zmusić czytelnika do wysiłku intelektualnego

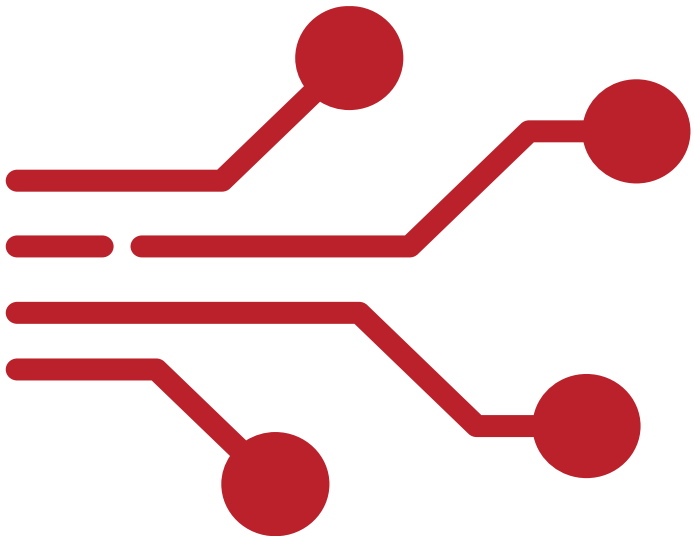


Mezopotamia

Pomijanie części znaków z tabliczek tocząc po nich rolki o określonym promieniu

Podobne nieco do steganografii

Dla osoby nie znającej promienia rolki tekst mógł być po prostu losowymi znakami

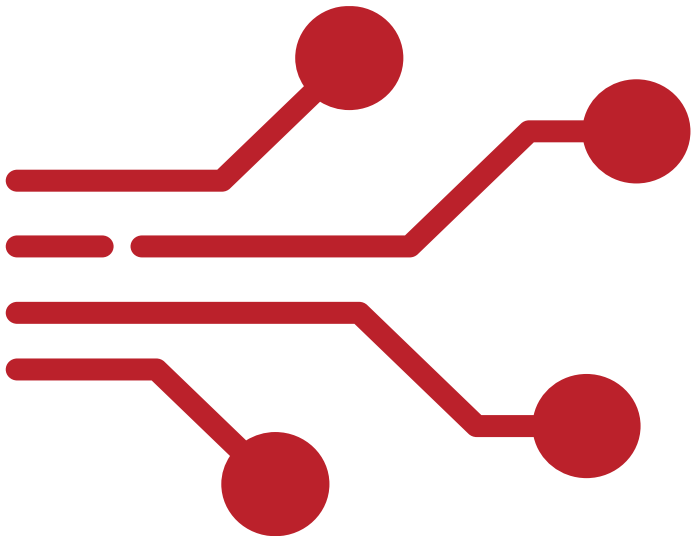


Starożytna Grecja i Sparta

Spartanie używali urządzenia zwanego **Skytale**
drewniany wałek, na który nawijano pasek
pergaminy

wiadomość miała sens tylko po nawinięciu na
wałek o odpowiedniej grubości

Odwrócone podejście z Mezopotamii



Szyfr Cezara

Juliusz Cezar używał systemu polegającego na przesunięciu liter alfabetu o stałą liczbę miejsc 3 albo -1

szyfr podstawieniowy

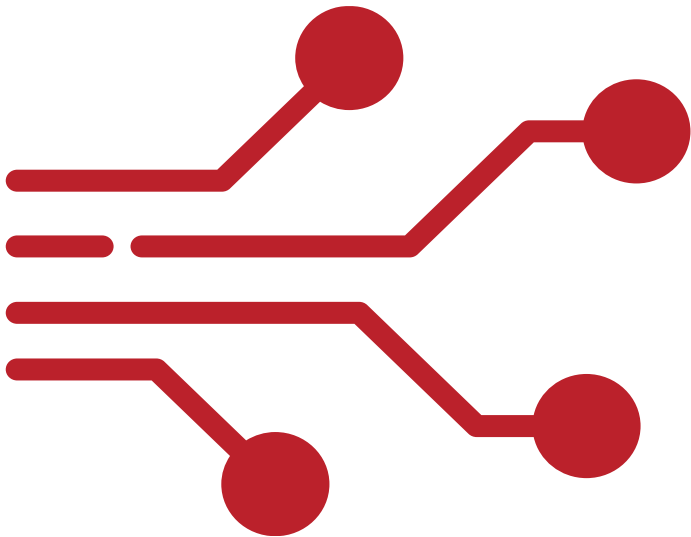
dziś wydaje się banalny, ale w czasach, gdy większość populacji była niepiśmienna, zapewniał wystarczające bezpieczeństwo komunikacji

wojska rosyjskie używały szyfru Cezara (lub jego bardzo bliskich wariantów) jeszcze w 1915 roku

Szyfr Vigenère'a

Blaise de Vigenère spopularyzował szyfr polialfabetyczny, który używał słowa-klucza do zmiany alfabetu podstawieniowego dla każdej kolejnej litery

Przez blisko 300 lat uważano go za niemożliwy do złamania *le chiffre indéchiffrable*



Era Cyfrowa Standard DES

pierwszy powszechny algorytm symetryczny, który był publicznie znany, co stanowiło praktyczną realizację zasady Kerckhoffs

1972 start programu zabezpieczania informacji Narodowe Biuro Standardów USA

1973 ogłoszenie zapotrzebowania

1974 ponowne ogłoszenie zapotrzebowania

1975 DES zaprojektowany przez IBM

1976 roku rząd USA przyjął DES (Data Encryption Standard)

2001 opracowanie AES

2005 wycofanie DES jako standardu federalnego

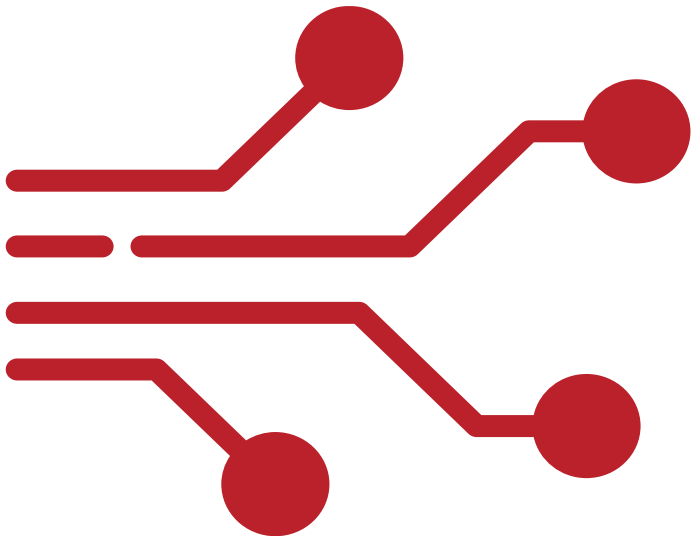
Rewolucja klucza publicznego

1976 Whitfield Diffie i Martin Hellman wymiana kluczy

1977 Algorytm Rivest-Shamir-Adleman (RSA) kryptosystem asymetryczny

Ciekawostka:

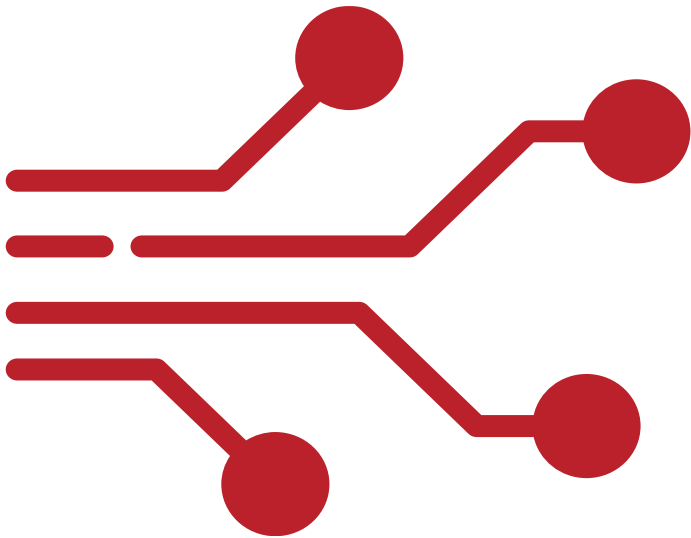
1973 Clifford Cocks z wywiadu brytyjskiego opisał podobny system, ale nie został on wdrożony. Informację o tym odtajniono dopiero w 1997



Czasy współczesne i przyszłość

Obecnie standardem jest **AES** (następca DES), a bezpieczeństwo opiera się na kryptografii krzywych eliptycznych (**ECC**).

Największym wyzwaniem staje się teraz **kryptografia postkwantowa**, która ma chronić nasze dane przed potencjalnym złamaniem przez komputery kwantowe w przyszłości



Dziękuję za uwagę

Podstawy kryptografii Wykład nr 2 Temat: Szyfrowanie symetryczne

*dr Michał Dolecki
Katedra Inteligencji Obliczeniowej
Zakład Uczenia Maszynowego*

Plan wykładu

- Paradoks kryptografii symetrycznej
- Grupa cykliczna
- Algorytm iteracyjnego podnoszenia do kwadratu
- Protokół Diffiego – Hellmana
- Algorytm AES



Kryptografia symetryczna

- Kryptografia symetryczna to najstarsza i najbardziej intuicyjna gałąź kryptografii
- jej istota sprowadza się do tego, że ta sama tajemnica (klucz) służy zarówno do zaszyfrowania wiadomości, jak i do jej odszyfrowania
- klucz szyfrujący i deszyfrujący są identyczne (lub można łatwo z nich wzajemnie wyliczyć np. szyfr Cezara +3 i -3)
- przypomina to skrzynię i jeden klucz, który ją zamyka i otwiera

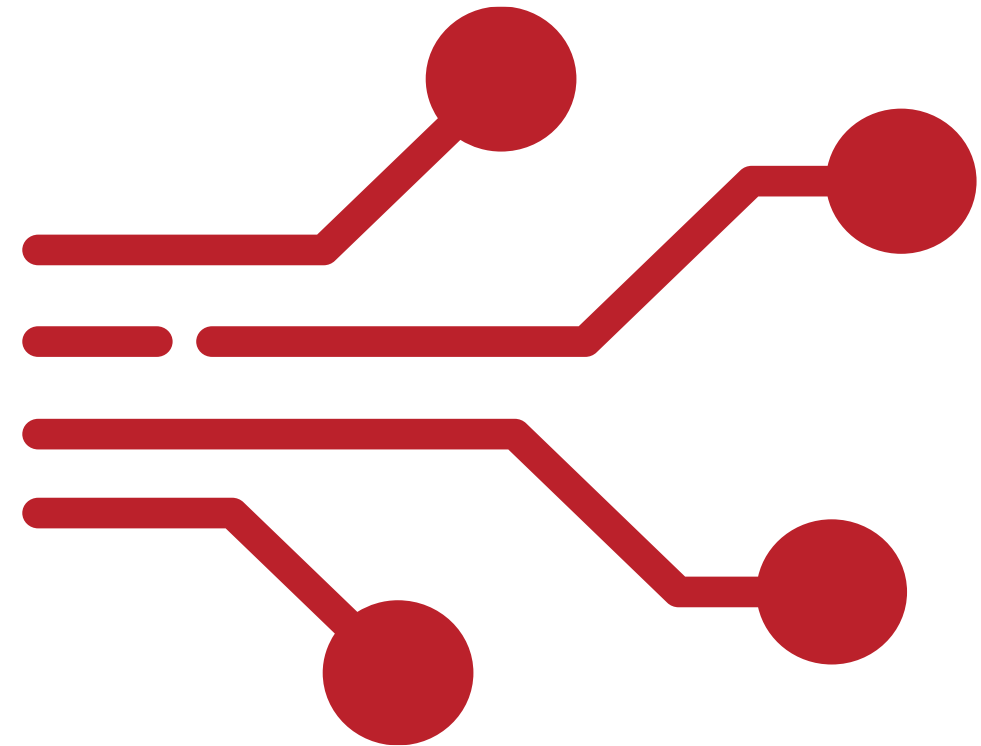
3

Kryptografia symetryczna

- realizuje zasadę sformułowaną przez Auguste'a Kerckhoffs'a w XIX wieku: system kryptograficzny powinien pozostać bezpieczny, nawet jeśli przeciwnik zna wszystkie szczegóły jego działania z wyjątkiem samego klucza
- bezpieczeństwo nie może polegać na tajności algorytmu, ale wyłącznie na tajności klucza
- pozwala projektować, analizować i publicznie dyskutować o algorytmach takich jak AES, bez obawy, że ich publiczne ujawnienie ja je osłabi

4

Paradoks kryptografii symetrycznej



5

Paradoks kryptografii symetrycznej

- Aby móc bezpiecznie komunikować się kanałem publicznym (np. internet), musimy zaszyfrować dane
- Aby zaszyfrować dane, nadawca i odbiorca muszą posiadać ten sam, tajny klucz symetryczny
- Aby ustalić ten wspólny tajny klucz, musimy go sobie przekazać
- Przekazanie klucza kanałem publicznym jest niebezpieczne

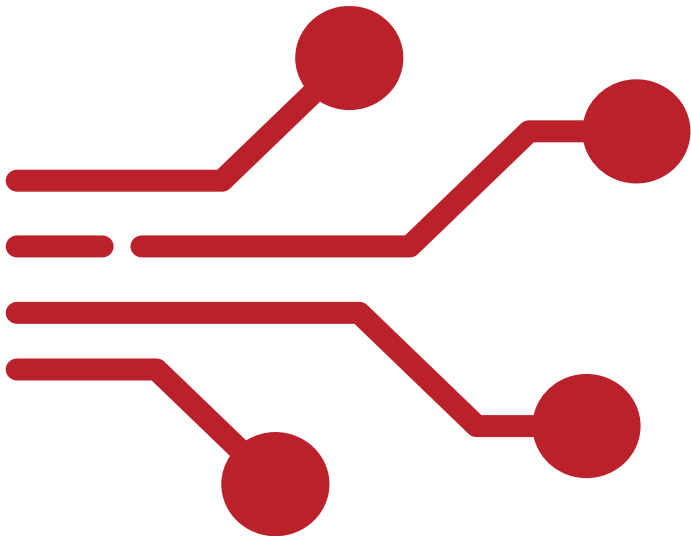
Wniosek

- Musimy mieć bezpieczny kanał do przekazania klucza

6

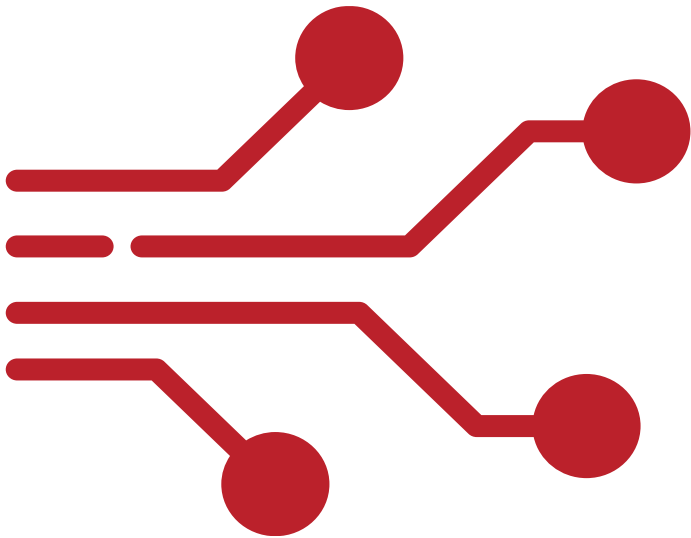
Paradoks kryptografii symetrycznej

- Chcemy zbudować bezpieczny kanał komunikacji
- Do jego zbudowania potrzebujemy bezpiecznego kanału do dystrybucji klucza
- Potrzebujemy bezpiecznego kanału, żeby móc zacząć używać bezpiecznego kanału

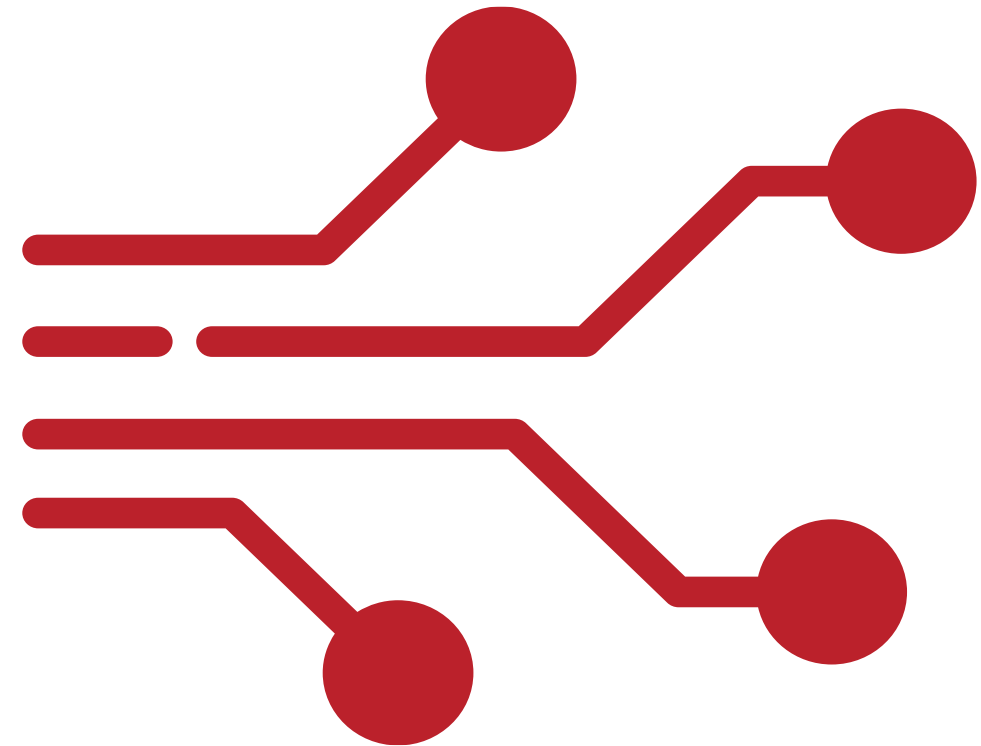


Rozwiązanie

- Historycznie do lat 70. XX wieku jedynym praktycznym rozwiązaniem było fizyczne przekazanie klucza (kurier, spotkanie). Metoda kosztowna, powolna i nie skalowalna
- Protokół Diffiego-Hellmana (Diffie-Hellmana) umożliwia uzgodnienie wspólnego sekretu (klucza), komunikując się wyłącznie przez jawny, publiczny kanał, bez wcześniejszego uzgodnienia tajemnicy



Grupa cykliczna



Grupa cykliczna z generatorem

- Spójrzmy na kolumnę dla generatora $g = 2$
- Wartości w tej kolumnie to: $[2, 4, 8, 5, 10, 9, 7, 3, 6, 1]$
- Jest to ciąg wyników potęgowania liczby 2 modulo 11 dla kolejnych wykładników
- Działanie w przód jest proste i szybkie: jeśli chcę wiedzieć, ile wynosi $2^6 \bmod 11$, wykonuję obliczenia (6 kroków) i otrzymuję wynik 9
- Załóżmy, że ktoś podaje mi liczbę $y = 9$ i pyta: „Jaki musi być wykładnik x , aby przy podstawie 2 otrzymać 9?”
- Jest to łatwe, bo tabelka jest mała i mamy ją przed oczami 10

Problem matematyczny

- A teraz bez tabelki :)
- „Jaki musi być wykładnik x , aby przy podstawie 2 otrzymać 3 potęgując mod 11?”
- Matematycznie $\log_2 3 \bmod 11$
- Sedno problemu logarytmu dyskretnego polega na tym, że dla odpowiednio dużych liczb (rzędu setek czy tysięcy bitów) to odwrotne działanie jest praktycznie niewykonalne w rozsądnym czasie

11

Problem logarytmu dyskretnego

(Discrete Logarithm Problem, DLP)

Problem trudny obliczeniowo, na którym opiera się bezpieczeństwo protokołu Diffiego-Hellmana i wielu innych systemów kryptografii asymetrycznej

- Obliczenie potęgi ($g^x \bmod p$) jest łatwe i szybkie.
- Odtworzenie wykładnika (x) na podstawie znanych g , p i wyniku (y) jest obliczeniowo trudne.

12

Funkcja logarytmiczna

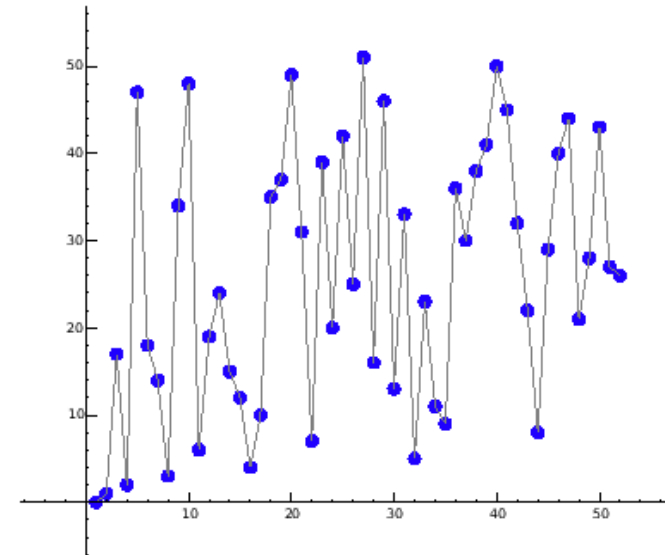
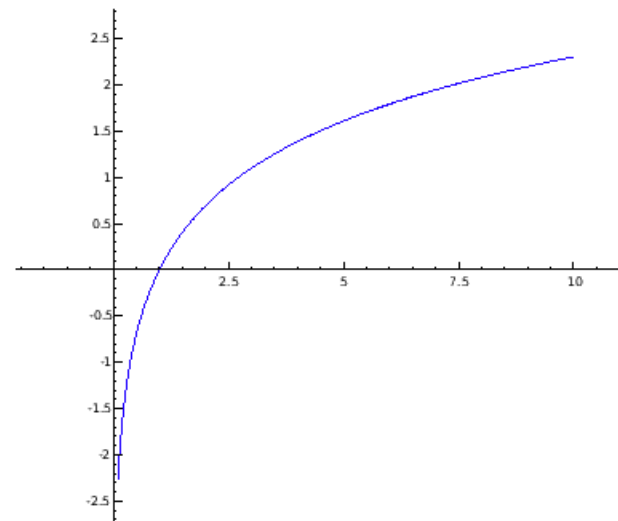
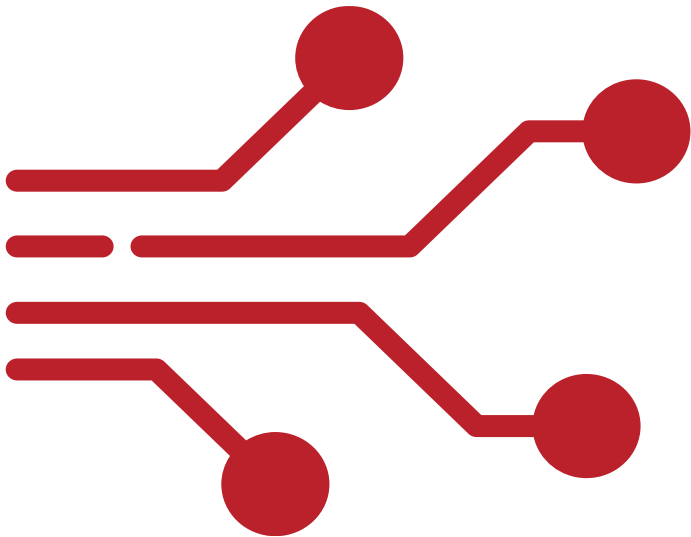


Figure 3.2: Graphs of the continuous log and of the discrete log modulo 53 .Which looks easier to compute?

13

Źródło: <https://wstein.org/edu/2007/spring/ent/ent-html/node35.html>

Realne wartości liczb 2048b

2048-bit MODP Group

This group is assigned id 14.

This prime is: $2^{2048} - 2^{1984} - 1 + 2^{64} * \{ [2^{1918} \pi] + 124476 \}$

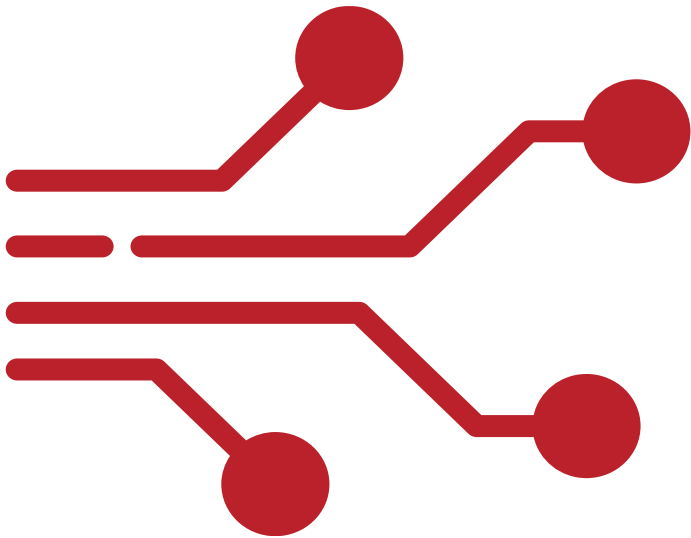
Its hexadecimal value is:

```
FFFFFFFF FFFFFFFF C90FDAA2 2168C234 C4C6628B 80DC1CD1
29024E08 8A67CC74 020BBEA6 3B139B22 514A0879 8E3404DD
EF9519B3 CD3A431B 302B0A6D F25F1437 4FE1356D 6D51C245
E485B576 625E7EC6 F44C42E9 A637ED6B 0BFF5CB6 F406B7ED
EE386BFB 5A899FA5 AE9F2411 7C4B1FE6 49286651 ECE45B3D
C2007CB8 A163BF05 98DA4836 1C55D39A 69163FA8 FD24CF5F
83655D23 DCA3AD96 1C62F356 208552BB 9ED52907 7096966D
670C354E 4ABC9804 F1746C08 CA18217C 32905E46 2E36CE3B
E39E772C 180E8603 9B2783A2 EC07A28F B5C55DF0 6F4C52C9
DE2BCBF6 95581718 3995497C EA956AE5 15D22618 98FA0510
15728E5A 8AACAA68 FFFFFFFF FFFFFFFF
```

The generator is: 2.

Realne wartości liczb w kryptografii

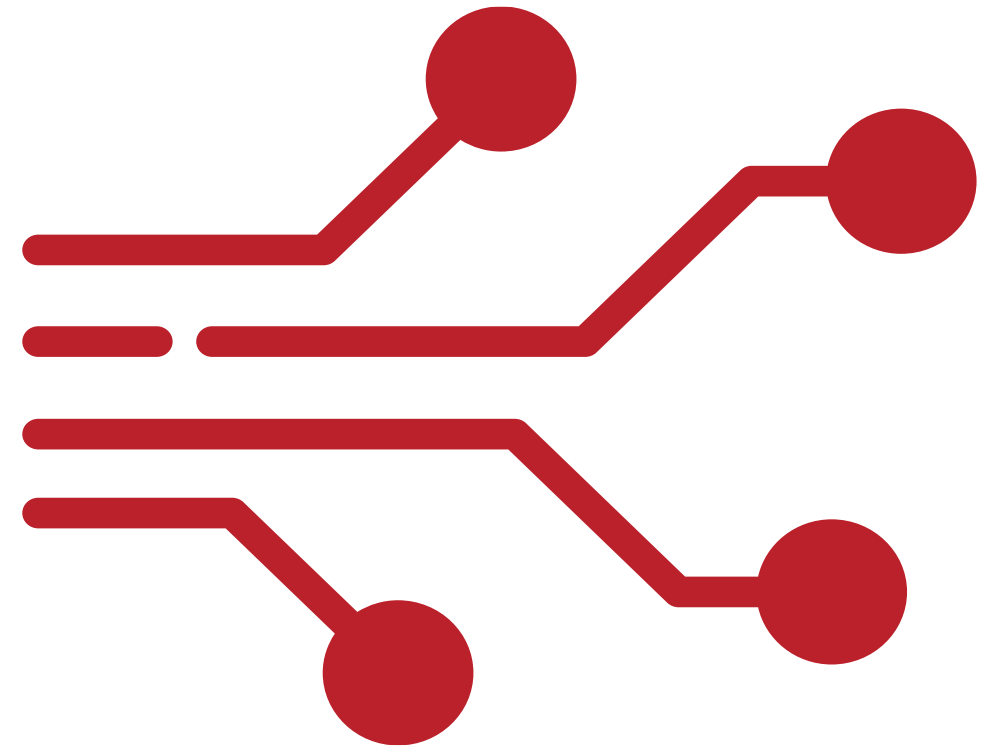
W systemie dziesiętnym



23298926305843009778233306692994966699195325052988481358327
91230491823775949576059881180252877395728793576721596700683
70165985836001097240310461876800008320491295988898166687250
68691866380907147758712613567807204937213450958106673551571
55026938258296238645511394528157745781206103632115160167389
17820121669482705141203011369796030833118999335605051910609
35399120569766627056269584347710323386684781432427027581781
29045763955639352125585093121543781504930604163931165389656
15717772633008984931139785002016422894353874311054767104928
15144958117768233219460292881747805177265939206775990263673
322194367015467319985934575

15

Algorytm iteracyjnego podnoszenia do kwadratu



16

Algorytm szybkiego potęgowania

Algorytm iteracyjnego podnoszenia do kwadratu (ang. *iterative squaring*), znany również jako algorytm szybkiego potęgowania modularnego (ang. *modular exponentiation*), służy do efektywnego obliczania wyrażenia:

$$a^b \bmod n$$

gdzie a jest podstawą, b wykładnikiem (często bardzo dużą liczbą), a n modułem.

Dzięki wykorzystaniu praw potęgowania oraz operacji modulo, a także systemu binarnego, algorytm ten ma złożoność obliczeniową $O(\log_2 b)$ i jest jednym z piękniejszych algorytmów w informatyce.

Podstawy matematyczne - potęgi

- Prawo potęgowania dla iloczynu

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y.$$

- Prawo potęgowania dla potęgi potęgi

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}.$$

Szczególnie istotne jest

$$(a^{2^k})^2 = a^{2^{k+1}},$$

co pozwala nam uzyskiwać kolejne potęgi przez ciągłe podnoszenie do kwadratu.

Podstawy matematyczne – modulo

- Własności modulo dla mnożenia
 $(a \cdot b) \bmod n = [(a \bmod n) \cdot (b \bmod n)] \bmod n$
oraz

$$a^k \bmod n = (a \bmod n)^k \bmod n$$

Dzięki tym własnościom możemy wykonywać wszystkie obliczenia w ciele reszt modulo n , unikając ogromnych liczb pośrednich.

19

Idea algorytmu

Kluczowym pomysłem jest przedstawienie wykładnika b w systemie binarnym:

$$b = b_{k-1}b_{k-2} \dots b_1b_0 \text{ (gdzie } b_i \in \{0, 1\})$$

Wtedy

$$a^b = a^{\sum_{i=0}^{k-1} b_i \cdot 2^i} = \prod_{i=0}^{k-1} a^{b_i \cdot 2^i}$$

Wyjaśnienie oznaczeń

Jak rozumieć to чудо $\prod_{i=0}^{k-1} a^{b_i \cdot 2^i}$ - przykład

- Niech:
- $a = 5$
- $b = 11$
- $k =$ liczba bitów b

Uwaga!!!

To jeszcze nie jest pełny algorytm – brakuje modulo!!!

Krok 1: Zamiana b na system binarny

$$11_{10} = 1011_2$$

To oznacza:

$$b_3 = 1 \text{ dla } 2^3 = 8$$

$$b_2 = 0 \text{ dla } 2^2 = 4$$

$$b_1 = 1 \text{ dla } 2^1 = 2$$

$$b_0 = 1 \text{ dla } 2^0 = 1$$

Zatem:

$$b = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11^{22}$$

Krok 2: Zastosowanie wzoru

Zgodnie ze wzorem:

$$5^{11} = 5^{(1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0)} = 5^{1 \cdot 2^3} \cdot 5^{0 \cdot 2^2} \cdot 5^{1 \cdot 2^1} \cdot 5^{1 \cdot 2^0}$$

Prawa strona to $\prod_{i=0}^{k-1} a^{b_i \cdot 2^i}$

Czyli:

$$5^{11} = 5^8 \cdot 5^0 \cdot 5^2 \cdot 5^1$$

Ponieważ $5^0 = 1$ bo $b_2 = 0$, (możemy pominąć ten czynnik (mnożenie przez 1 nic nie zmienia):

$$5^{11} = 5^8 \cdot 5^2 \cdot 5^1$$

23

Krok 3: Obliczenie każdego czynnika (doliczenie wyniku)

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^4 = (5^2)^2 = 25^2 = 625$$

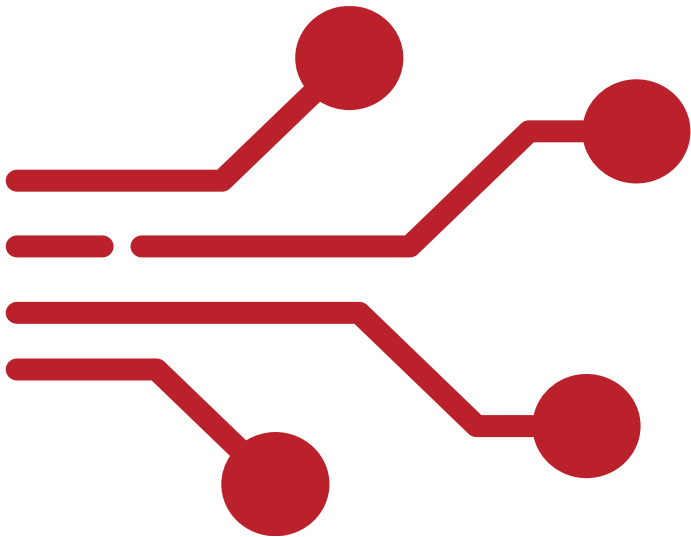
$$5^8 = (5^4)^2 = 625^2 = 390625$$

Krok 4: Mnożenie

$$5^{11} = 5^8 \cdot 5^2 \cdot 5^1 = 390625 \cdot 25 \cdot 5$$

Wynik

$$5^{11} = 48828125$$



Pełna wersja algorytmu

Wracając do opisu algorytmu

Ponieważ b_i jest równe 0 lub 1, to $a^{b_i \cdot 2^i}$ jest równe:

- 1, jeśli $b_i = 0$
- a^{2^i} , jeśli $b_i = 1$

Dotyczy to również początkowego a dla b_0

Zatem:

$$a^b \bmod n = \left(\prod_{i: b_i=1} a^{2^i} \right) \bmod n$$

25

Potęgowanie iteracyjne

Wartości a^{2^i} możemy obliczać iteracyjnie:

- $a^{2^0} = a^1 = a$
- $a^{2^1} = (a^{2^0})^2$
- $a^{2^2} = (a^{2^1})^2$
- ogólnie $a^{2^{i+1}} = (a^{2^i})^2$

Każdy krok to podniesienie do kwadratu poprzedniego wyniku, a w każdym kroku możemy użyć operacji modulo aby wynik pozostał w ustalonym przedziale

Przykład obliczeniowy

Dodając do przykładu np. mod31 mamy

$$(a^k) \bmod n = \boxed{25}$$

a	5
k	11
n	31

	a'	b	k₂
0	5	5	1
1	25	1	1
2	5	1	0
3	25	25	1

Źródło: opracowanie własne

27

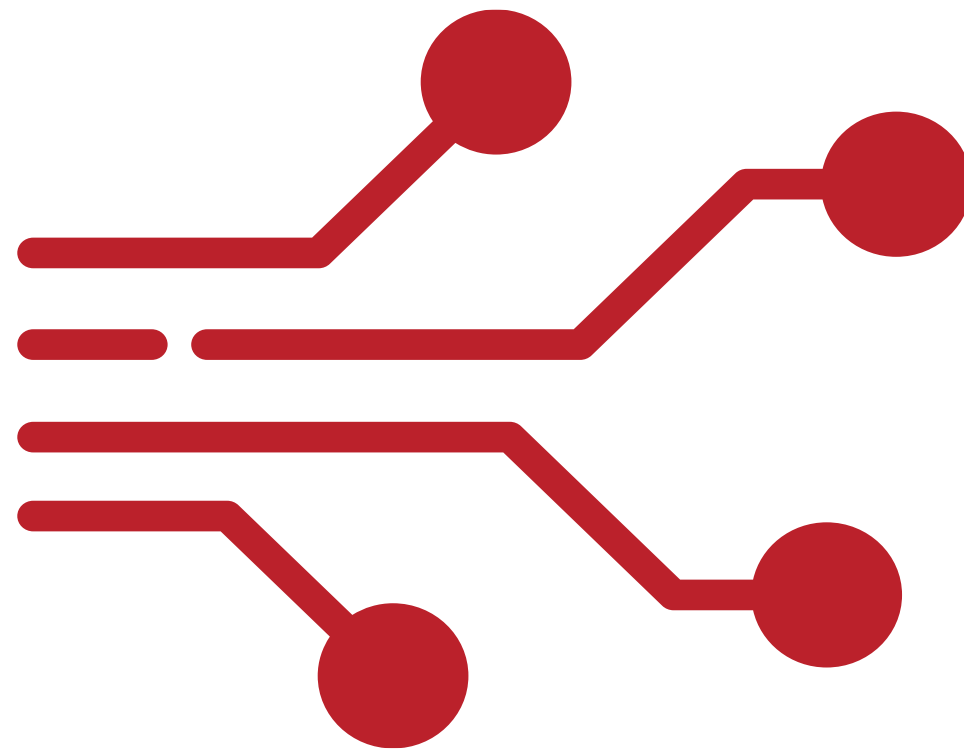
Złożoność i zalety algorytmu

- **Liczba iteracji:** równa liczbie bitów b , czyli $O(\log_2 b)$.
- **Operacje:** w każdej iteracji co najwyżej dwa mnożenia modularne (jedno dla wyniku, jedno dla podstawy).
- **Korzyść:** unikamy przechowywania ogromnych liczb dzięki modulo po każdej operacji.

Algorytm ten jest powszechnie stosowany w kryptografii (np. RSA, Diffie-Hellman) do szybkiego obliczania potęg w ciałach skończonych.

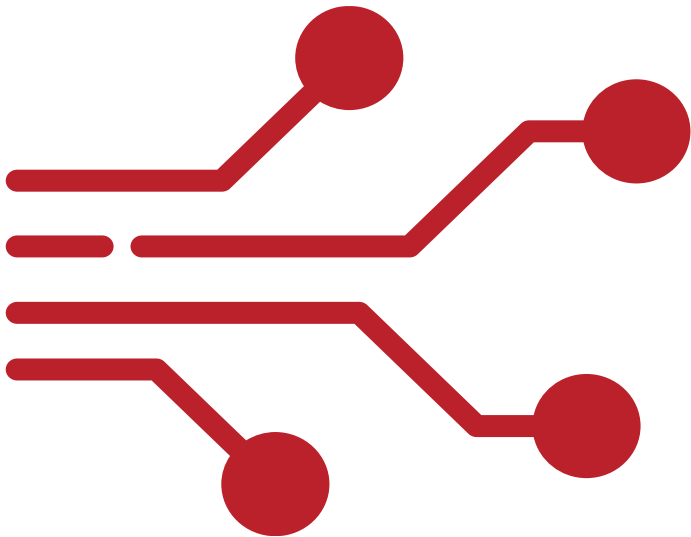
28

Protokół Diffiego – Hellmana



Wiadomości podstawowe

- Bailey Whitfield "Whit" Diffie
- Martin Hellman
- 1976 protokół uzgadniania kluczy szyfrujących w otwartym kanale komunikacyjnym
- Opiera się na problemie logarytmu dyskretnego



Algorytm Diffiego – Hellmana

- Alicja i Bob uzgadniają ze sobą dwie liczby: liczbę p , która jest możliwie dużą liczbą pierwszą oraz liczbę g , która jest generatorem grupy Z_p :

- Alicja wybiera dużą liczbę całkowitą a taką, że $a < p-1$ i wysyła do Boba

$$x = g^a \pmod{p};$$

- Bob wybiera losowo dużą liczbę całkowitą b taką, że $b < p-1$ i wysyła do Alicji

$$y = g^b \pmod{p};$$

- Alicja po otrzymaniu od Boba y oblicza swój klucz:

$$K = y^a \pmod{p};$$

- Bob w ten sam sposób oblicza swój klucz, który jest identyczny z kluczem Alicji:

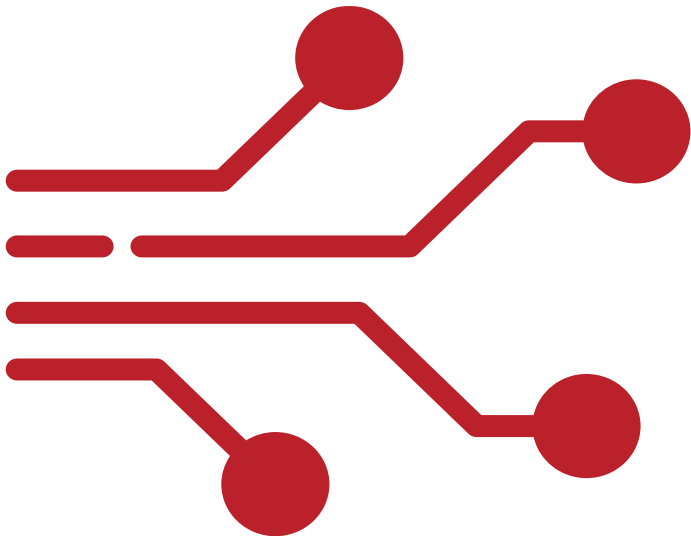
$$K = x^b \pmod{p};$$

31

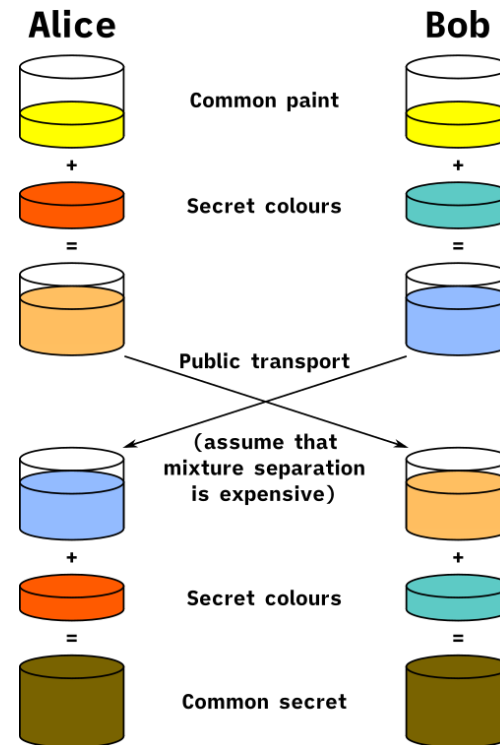
Uzasadnienie

Uzasadnienie działania protokołu Diffiego – Hellmana opiera się na podstawowych zasadach matematycznych

- $K = y^a \pmod p = (g^b)^a \pmod p = g^{ba} \pmod p$
- $K = x^b \pmod p = (g^a)^b \pmod p = g^{ab} \pmod p$



Ilustracja działania algorytmu



Źródło: https://pl.wikipedia.org/wiki/Protok%C3%B3%C5%82_Diffiego-Hellmana

33

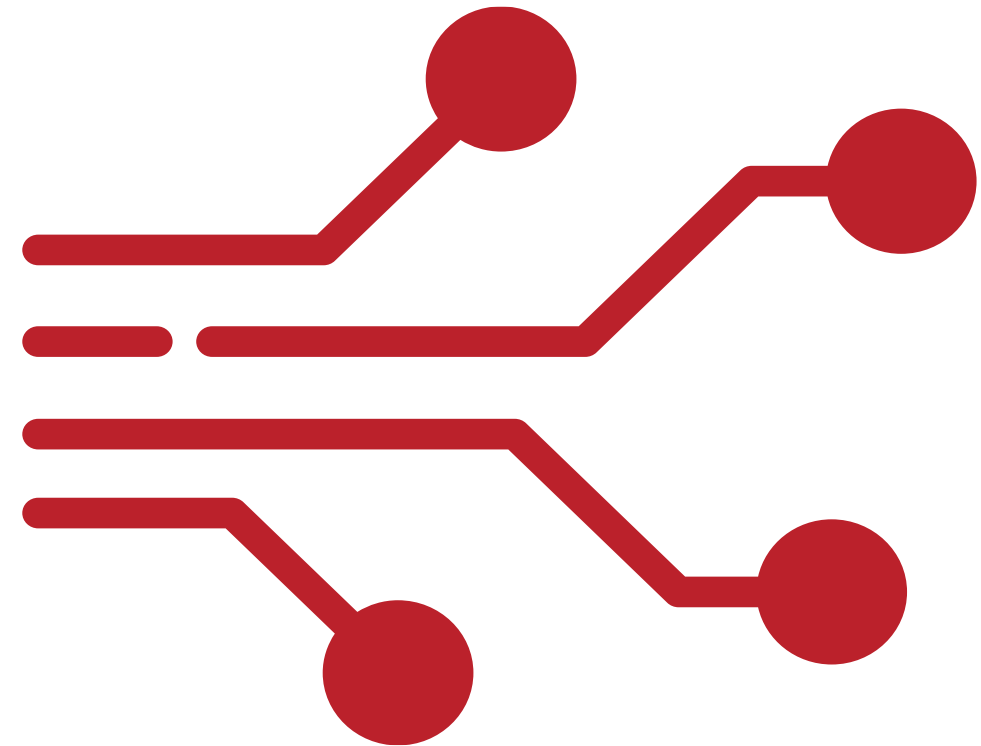
Przykład obliczeniowy

- Alicja i Bob uzgadniają ze sobą dwie liczby: liczbę $p = 23$, która jest możliwie dużą liczbą pierwszą oraz liczbę $g = 5$, która jest generatorem grupy Z_p :
- Alicja wybiera dużą liczbę całkowitą $a = 6$ i wysyła do Boba
$$x = 5^6 \pmod{23} = 8$$
- Bob wybiera losowo dużą liczbę całkowitą $b = 19$ i wysyła do Alicji
$$y = 5^{19} \pmod{23} = 7$$
- Alicja po otrzymaniu od Boba y oblicza swój klucz:
$$K = 7^6 \pmod{23} = 4$$
- Bob w ten sam sposób oblicza swój klucz, który jest identyczny z kluczem Alicji
$$K = 8^{19} \pmod{23} = 4$$

Alicja i Bob Ustalili swój własny klucz szyfrujący.

34

Algorytm AES



35

Wiadomości podstawowe

- AES(Advanced Encryption Standard, oryginalnie Rijndael) jest to symetryczny szyfr blokowy zaprojektowany przez belgijskich kryptologów Vincenta Rijmena i Joana Daemena
- Szyfr blokowy – szyfruje dane w blokach o stałej długości
- Blok danych: 128 bitów (16 bajtów)
- Długość klucza: 128, 192 lub 256 bitów
- Liczba rund zależy od długości klucza: 10 (dla 128), 12 (dla 192), 14 (dla 256)
- Następca DES
- AES używamy do ochrony transakcji internetowych, transmisji bezprzewodowych i danych przechowywanych lokalnie

36

Historia powstania

- 1997 NIST (ang. National Institute of Standards and Technology) ogłosił konkurs na nowy standard federalny USA, ponieważ dotychczasowy standard federalny jeśli chodzi o szyfry – DES przestał być wystarczająco bezpieczny do szyfrowania informacji o najwyższym poziomie poufności
- DES, a dokładniej Lucifer po ponad dwudziestu latach użytkowania, ze względu na nieustannie rosnącą moc obliczeniową komputerów oraz coraz skuteczniejsze metody kryptoanalizy nie oferował już wystarczającego bezpieczeństwa

37

Historia powstania

- Do konkursu zgłoszono piętnaście algorytmów szyfrujących.
- Do finalnej potyczki stanęły:
 - Rijndael,
 - RC6,
 - Mars,
 - Serpent
 - Twofish.
- Po pięciu latach dokładnego oceniania zgłoszonych projektów ogłoszono zwycięstwo algorytmu Rijndael
- W 2002 roku stał się oficjalnie standardem federalnym i jednocześnie zyskał nową nazwę AES.

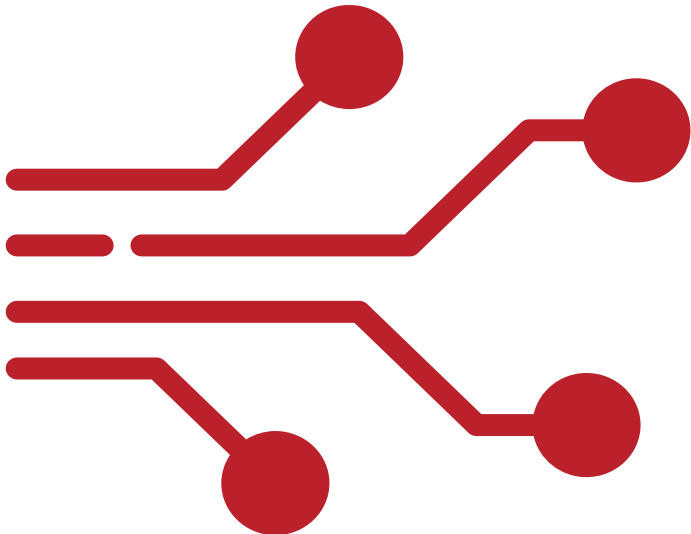
38

Reprezentacja danych

Zorganizowanie danych w odpowiedniej strukturze. Blok 128 bitów (16 bajtów) układa się w macierz 4×4 bajtów, zwaną stanem (state):

Wejściowe bajty: [b0 b1 b2 b3 b4 b5 b6 b7 b8 b9 b10 b11 b12 b13 b14 b15]

Macierz stanu (wypełniana kolumnami):



b0	b4	b8	b12
b1	b5	b9	b13
b2	b6	b10	b14
b3	b7	b11	b15

← kolumna 0, potem 1, itd.

Struktura szyfrowania

Szyfrowanie AES to sekwencja powtarzalnych rund. Każda runda (oprócz ostatniej) składa się z czterech operacji:

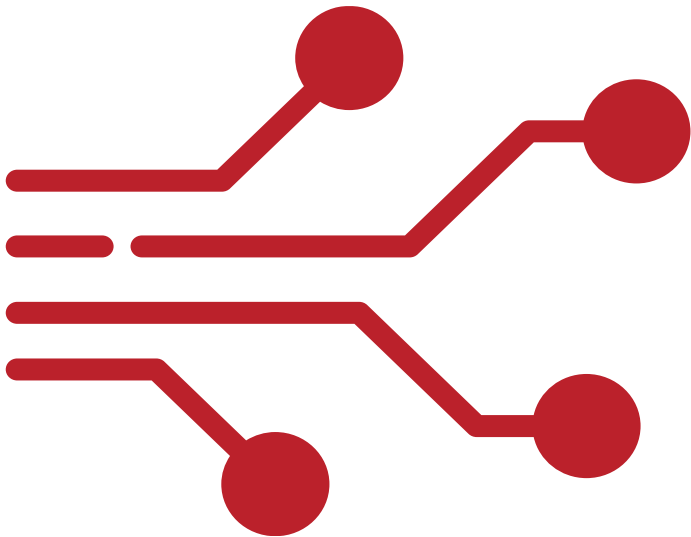
1. SubBytes – podstawianie bajtów (zamiana każdego bajtu na inny według tabeli)
2. ShiftRows – przesuwanie wierszy
3. MixColumns – mieszanie kolumn (pominięte w ostatniej rundzie)
4. AddRoundKey – dodanie klucza rundy

Przed pierwszą rundą wykonujemy dodatkowe AddRoundKey (inicjalizacja).

40

Krok 0: Rozszerzanie klucza (Key Expansion)

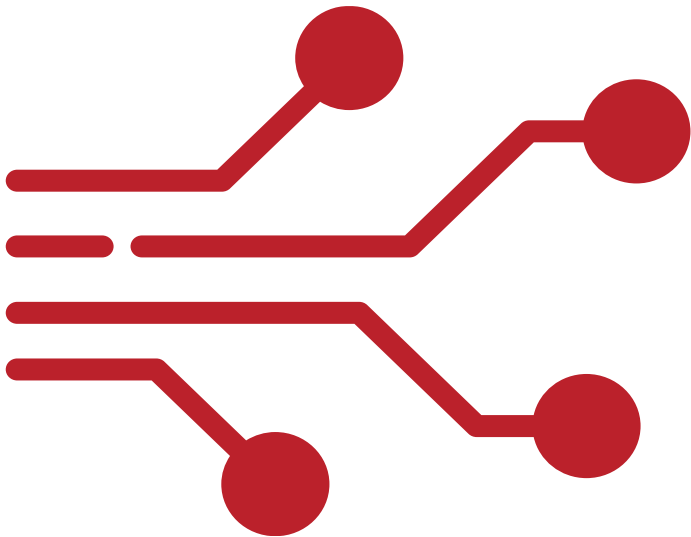
Zanim zaczniemy właściwe szyfrowanie, z głównego klucza (np. 128-bitowego) generujemy osobne klucze dla każdej rundy. Dla 10 rund potrzebujemy 11 kluczy (jeden inicjalny + 10 rundowych). Każdy klucz rundy ma dokładnie 128 bitów (16 bajtów).



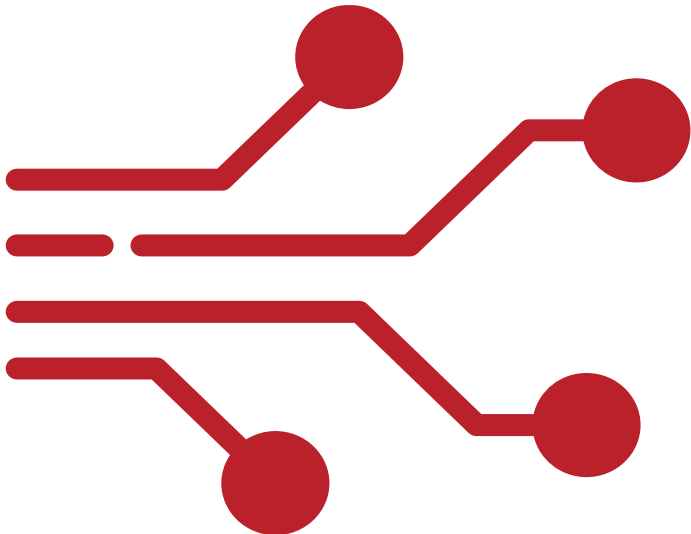
Krok 1: SubBytes – podstawianie bajtów

Każdy z 16 bajtów w macierzy stanu jest zastępowany innym bajtem według ustalonej, niezmienniej tabeli zwanej S-Box (Substitution Box).

Dla przykładu: jeśli bajt ma wartość 0x53, to patrzymy do tabeli i znajdujemy nową wartość, np. 0xED.



Istota SBox



Wprowadza to nieliniowość do szyfru. Gdybyśmy używali tylko operacji liniowych (jak przesunięcia i dodawania), cały szyfr dałoby się opisać prostym równaniem i *łatwo* złamać.

S-Box sprawia, że nawet zmiana jednego bitu na wejściu powoduje całkowicie nieprzewidywalną zmianę na wyjściu.

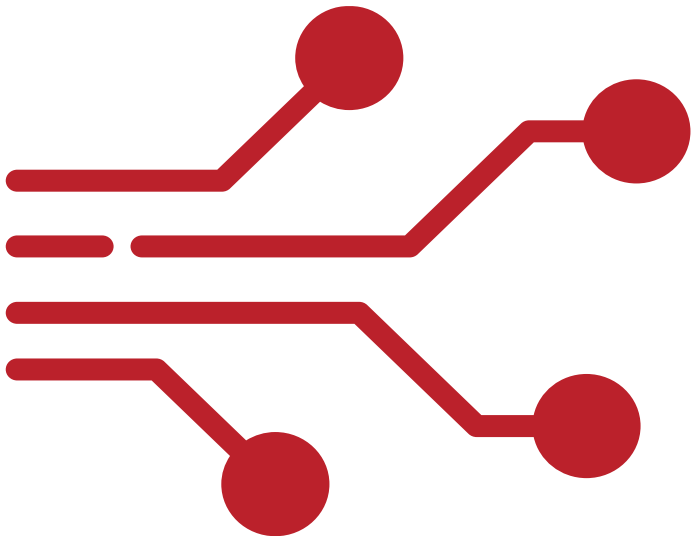
Ważne: Operacja jest odwracalna – przy deszyfrowaniu używamy odwrotnej tabeli (Inverse S-Box).

43

Krok 2: ShiftRows – przesuwanie wierszy

Wiersze macierzy stanu są przesuwane cyklicznie w lewo:

- Wiersz 0 (pierwszy) – bez przesunięcia
- Wiersz 1 – przesunięcie o 1 pozycję
- Wiersz 2 – przesunięcie o 2 pozycje
- Wiersz 3 – przesunięcie o 3 pozycje



Przed ShiftRows:

[	a	b	c	d	]
[	e	f	g	h	]
[	i	j	k	l	]
[	m	n	o	p	]

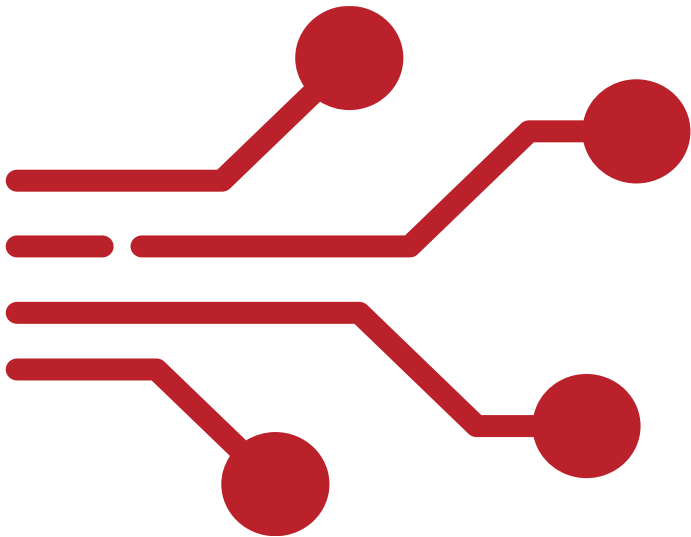
→

Po ShiftRows:

[	a	b	c	d	]	(bez zmian)
[	f	g	h	e	]	(przesunięcie o 1)
[	k	l	i	j	]	(przesunięcie o 2)
[	p	m	n	o	]	(przesunięcie o 3)

44

Znaczenie przesunięcia



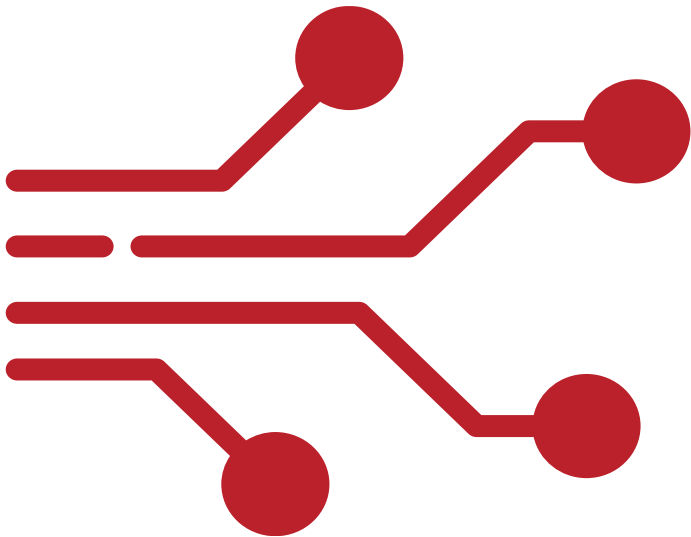
To operacja, która rozrzuca bajty między kolumnami
Dzięki temu zmiana w jednym bajcie na wejściu wpływa
na wiele kolumn w kolejnych rundach
Jest to tzw. dyfuzja

45

Krok 3

Dla każdej kolumny $[a_0, a_1, a_2, a_3]$ obliczamy nowe wartości $[b_0, b_1, b_2, b_3]$ według wzoru:

- $b_0 = 2 \cdot a_0 + 3 \cdot a_1 + 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_3$
- $b_1 = 1 \cdot a_0 + 2 \cdot a_1 + 3 \cdot a_2 + 1 \cdot a_3$
- $b_2 = 1 \cdot a_0 + 1 \cdot a_1 + 2 \cdot a_2 + 3 \cdot a_3$
- $b_3 = 3 \cdot a_0 + 1 \cdot a_1 + 1 \cdot a_2 + 2 \cdot a_3$

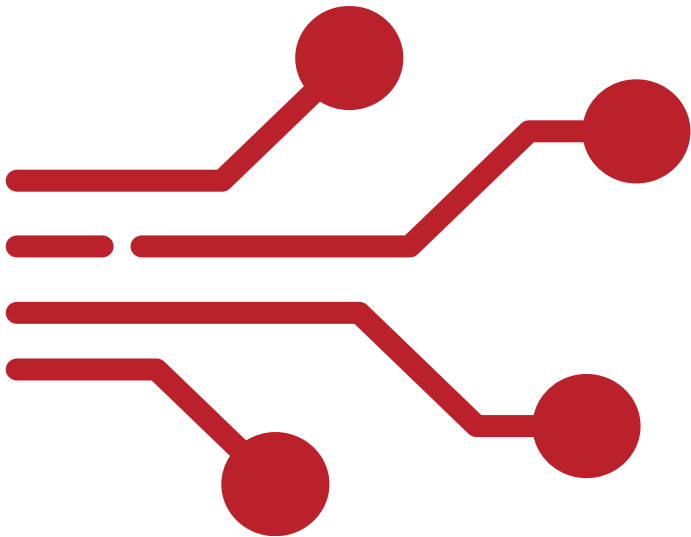


Znaczenie MixColumns

To kluczowa operacja dyfuzji – każdy bajt w kolumnie wpływa na wszystkie bajty tej kolumny po przekształceniu.

Dzięki temu po kilku rundach każdy bit wyjścia zależy od wszystkich bitów wejścia.

Uwaga: MixColumns nie występuje w ostatniej rundzie.



Krok 4: AddRoundKey – dodanie klucza rundy

Bierzemy 16 bajtów aktualnego stanu i wykonujemy operację XOR z 16 bajtami klucza danej rundy (wygenerowanego wcześniej z klucza głównego).

XOR jest to operacja odwracalna (jeśli zrobimy XOR dwa razy z tym samym kluczem, wracamy do początku), szybka w implementacji sprzętowej i programowej.

- Stan: $[b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{15}]$
- Klucz: $[k_0 \ k_1 \ \dots \ k_{15}]$
- Wynik: $[b_0 \oplus k_0, b_1 \oplus k_1, \dots, b_{15} \oplus k_{15}]$

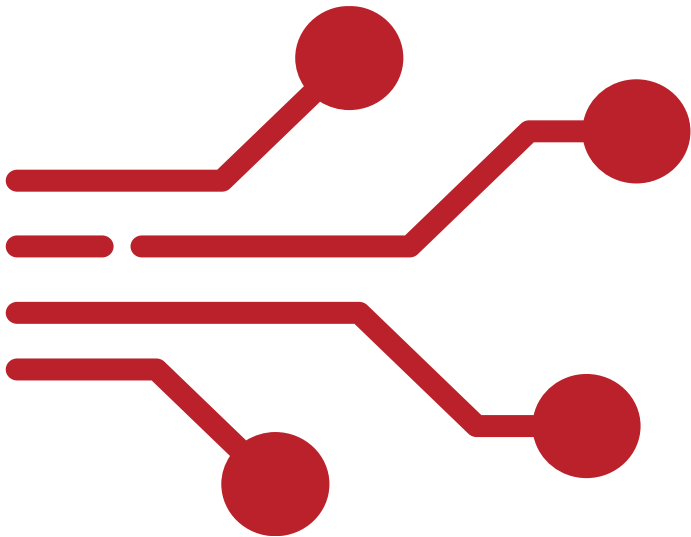
48

Deszyfrowanie

Deszyfrowanie wykonuje się w odwrotnej kolejności przy użyciu odwrotnych operacji:

- Inverse SubBytes (inna tabela)
- Inverse ShiftRows (przesunięcia w prawo zamiast w lewo)
- Inverse MixColumns (inna macierz mnożenia)
- AddRoundKey (to samo, bo XOR jest odwracalny)

Kolejność rund jest odwrócona, a klucze używane w odwrotnej kolejności (najpierw Key10, potem Key9... aż do Key0).



Bezpieczeństwo AES

- Wszystkie operacje są odwracalne – można odzyskać dane, znając klucz
- Silna dyfuzja – po kilku rundach każdy bit wyjścia zależy od wszystkich bitów wejścia
- Nieliniowość (S-Box) – uniemożliwia opisanie szyfru prostymi równaniami
- Klucz dodawany w każdej rundzie – nawet znajomość stanu w połowie nie pozwala odtworzyć klucza
- Prostota implementacji – operacje na bajtach są szybkie w procesorach

50

Dziękuję za uwagę

Podstawy kryptografii Wykład nr 3 Temat: Szyfrowanie asymetryczne

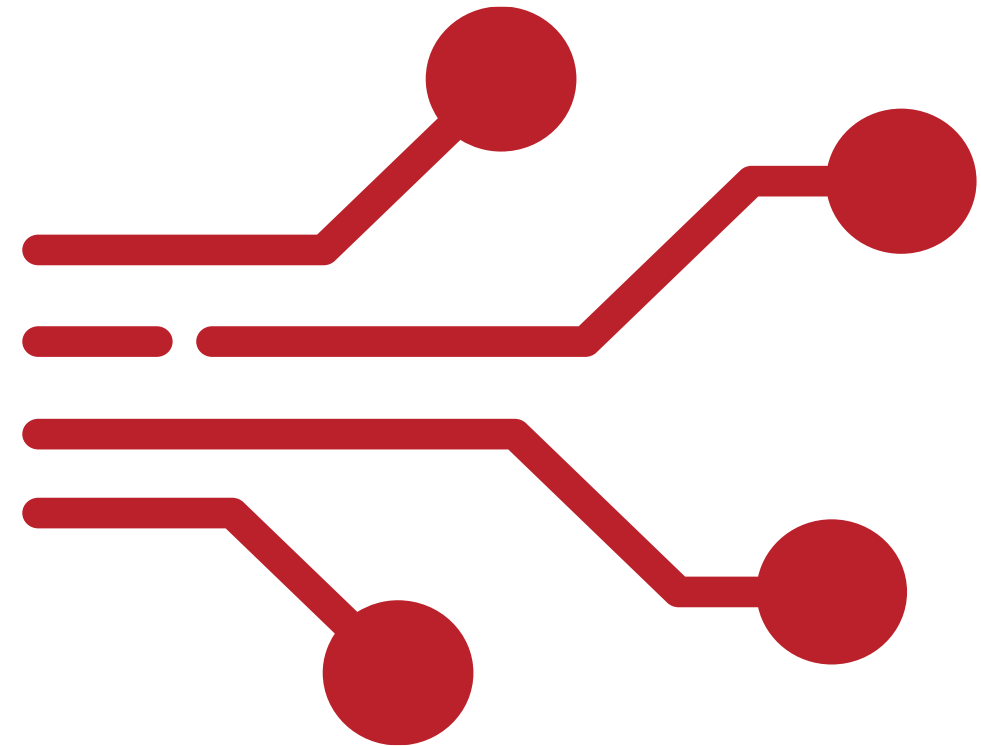
*dr Michał Dolecki
Katedra Inteligencji Obliczeniowej
Zakład Uczenia Maszynowego*

Plan wykładu

- Problemy kryptografii symetrycznej
- Kryptografia asymetryczna
- Rozszerzony algorytm Euklidesa
- Kryptosystem RSA

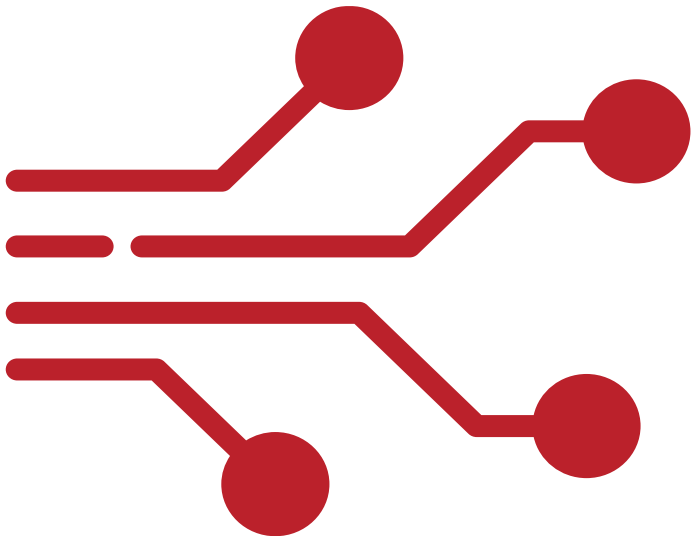


Problemy kryptografii symetrycznej



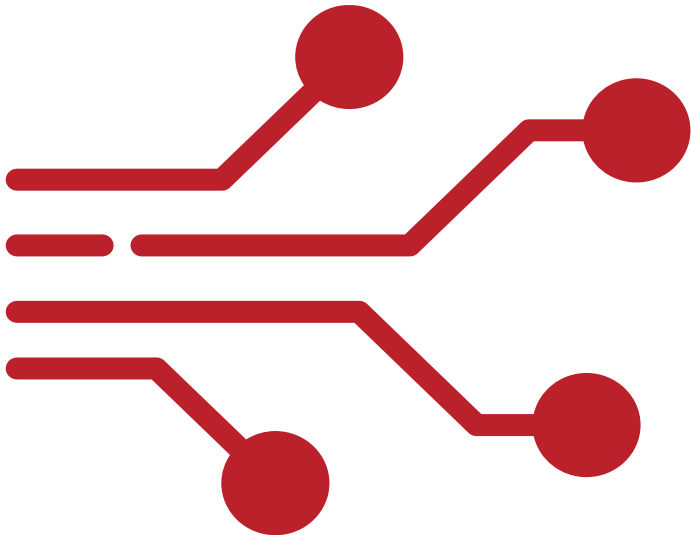
Kryptografia symetryczna

- **stosowana współcześnie**
- **ważna historycznie**
- **obarczona jest ograniczeniami**
 - problematyka zarządzania kluczami
 - skutki kompromitacji systemu
- **poszukiwano alternatywnych rozwiązań**



Problem przechowywania i dystrybucji kluczy

- założenie, że strony komunikujące się dysponują wspólnym, tajnym kluczem
- trudności natury praktycznej
- dla n użytkowników, gdzie każda para użytkowników pragnie prowadzić poufną komunikację
- każda para musi dysponować unikalnym, wspólnie współdzielonym kluczem



Liczba kluczy

Liczba niezbędnych kluczy K wyraża się wzorem:

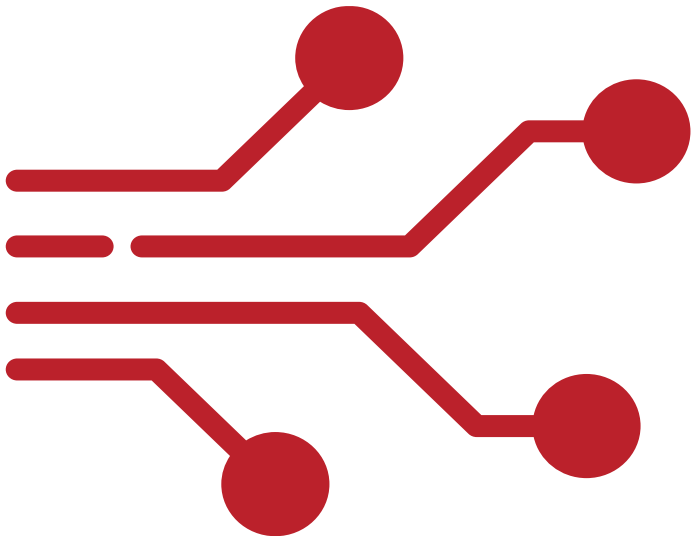
$$K = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

w sieci liczącej zaledwie 100 użytkowników, niezbędne staje się wygenerowanie, bezpieczne przechowanie i zarządzanie 4950 kluczami

Wraz ze wzrostem n liczba kluczy rośnie kwadratowo

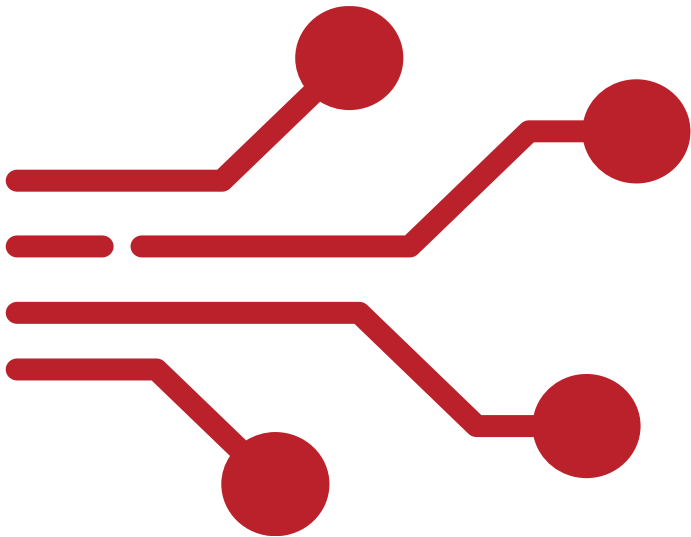
Dystrybucja kluczy

- Klucz symetryczny musi zostać przekazany stronom w sposób poufny i z autoryzacją
- wymaga to istnienia bezpiecznego kanału komunikacji, którego istnienie jest właśnie celem, a nie założeniem wstępnym



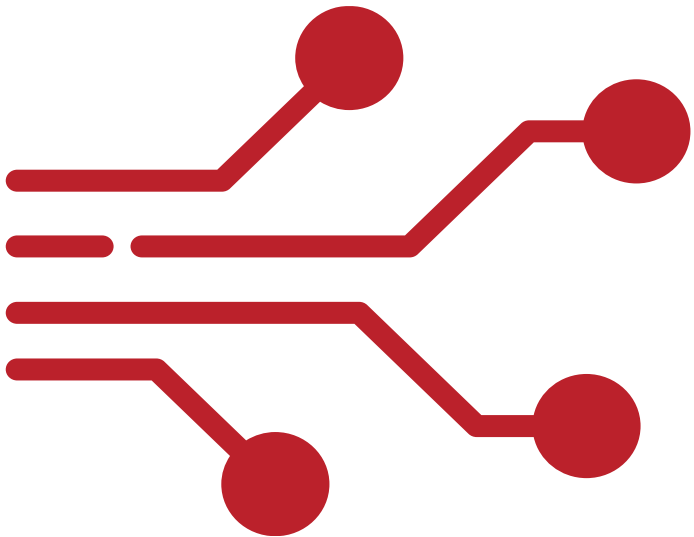
Atak na węzeł sieci

- każdy węzeł musi przechowywać wszystkie klucze do szyfrowania (swoj i $n-1$ kluczy do komunikacji z pozostałymi węzłami)
- udany atak pozwala atakującemu przejąć wszystkie klucze

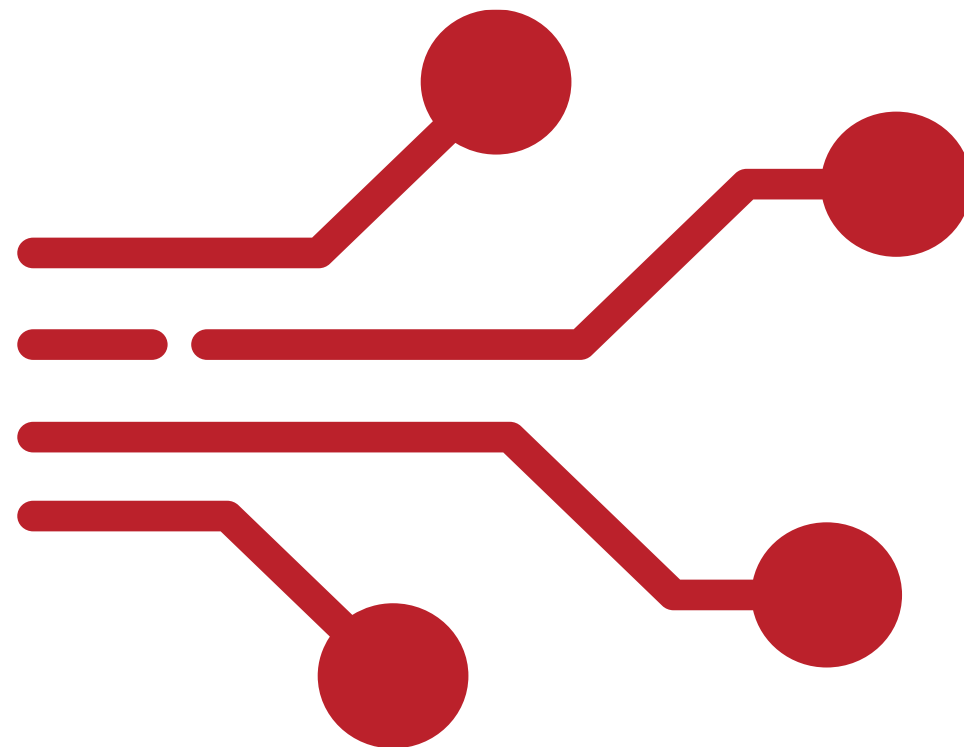


Podsumowanie

- kryptosystemy symetryczne cechuje skalowalność kwadratowa $O(n^2)$ w zakresie liczby kluczy
- W systemie asymetrycznym kompromitacja klucza prywatnego dotyczy wszystkich, którzy kiedykolwiek komunikowali się z danym użytkownikiem.



Kryptografia asymetryczna



10

Zasada działania

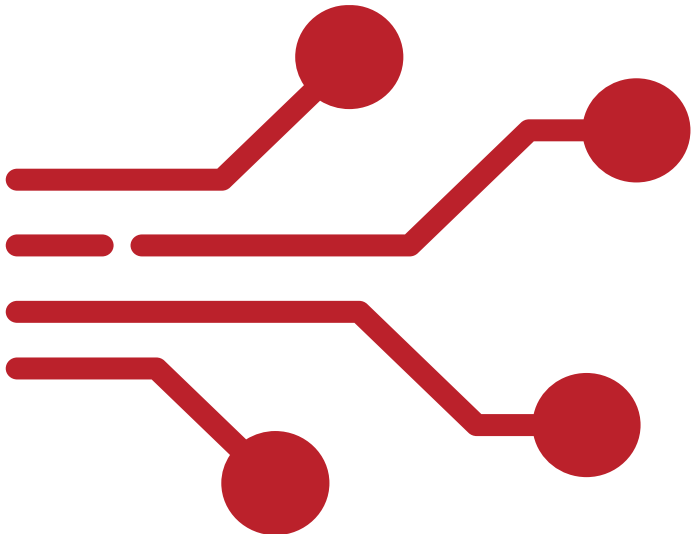
Kryptografia asymetryczna

Kryptografia klucza publicznego

- Paradygmat odmienny od klasycznych systemów symetrycznych
- Paradygmat to przyjęty w danej dziedzinie wzorzec, model lub sposób widzenia rzeczywistości, działania i rozwiązywania problemów
- Zbiór podstawowych pojęć, teorii, metod i wartości, które uznaje większość ekspertów i na podstawie których formułuje się nowe teorie.

11

Zasada działania



Kryptografia asymetryczna opiera się na wykorzystaniu pary kluczy powiązanych ze sobą w taki sposób, że operacja odwrotna do szyfrowania jest praktycznie niewykonalna bez znajomości drugiego klucza pary.

Znając jeden klucz z pary praktycznie nie możliwe jest wyznaczenie drugiego klucza.

12

Formalna struktura kryptosystemu

- system kryptografii asymetrycznej definiuje się jako piątkę

$$(P, C, K, E, D)$$

- P oznacza przestrzeń tekstów jawnych (wiadomości),
- C oznacza przestrzeń szyfrogramów,
- K oznacza przestrzeń kluczy,
- E i D oznaczają funkcje szyfrującą i deszyfrującą

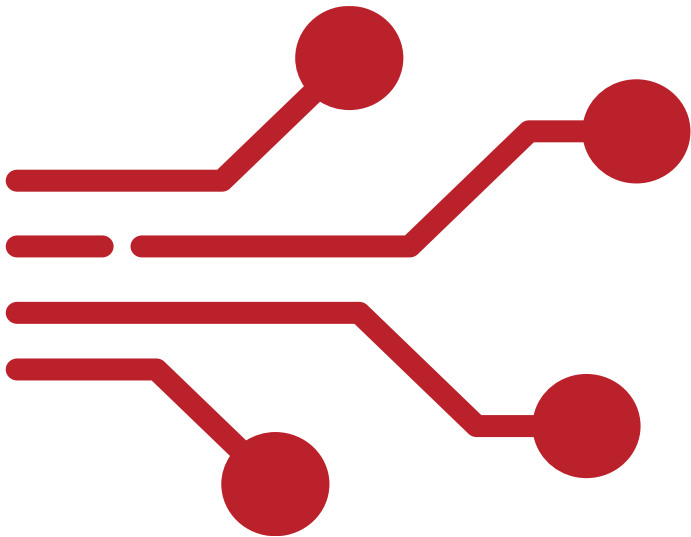
13

Porównanie z kryptografią symetryczną

- Kluczową różnicą w stosunku do kryptografii symetrycznej jest struktura przestrzeni kluczy
- Każdy użytkownik U dysponuje parą kluczy

$$(pk, sk) \in K_{pub} \times K_{priv},$$

- gdzie:
 - pk – klucz publiczny
 - sk – klucz prywatny



Warunki działania kryptosystemu

- Dla każdej pary (pk, sk) istnieją odwzorowania:

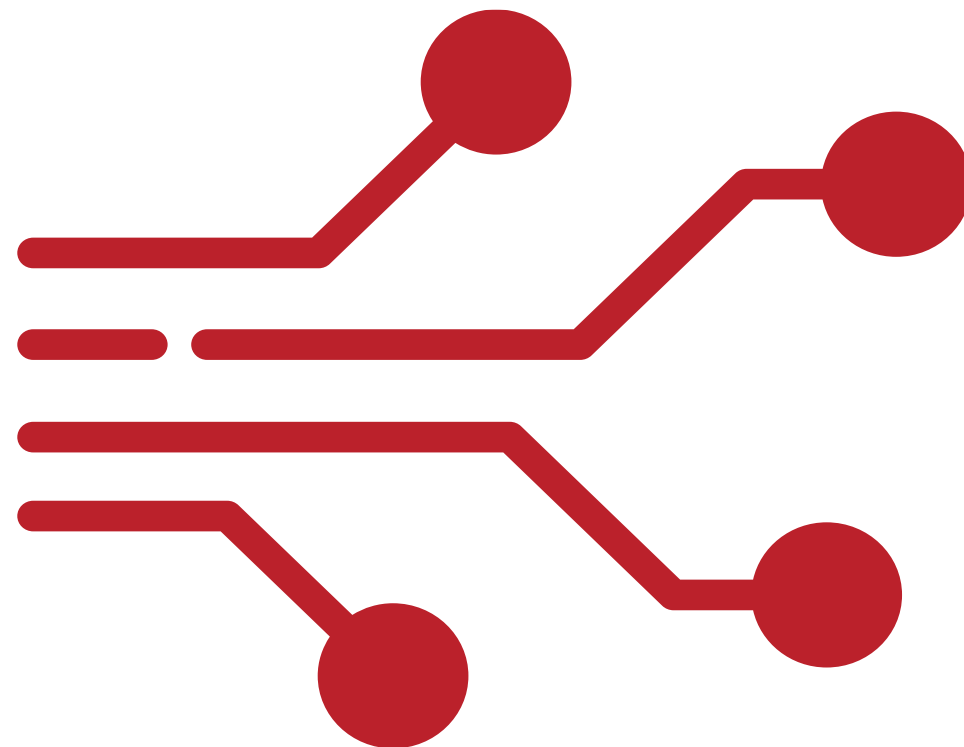
$$E_{pk}: P \rightarrow C, D_{sk}: C \rightarrow P$$

- spełniające warunek **poprawności**:

$$\forall m \in P: D_{sk}(E_{pk}(m)) = m$$

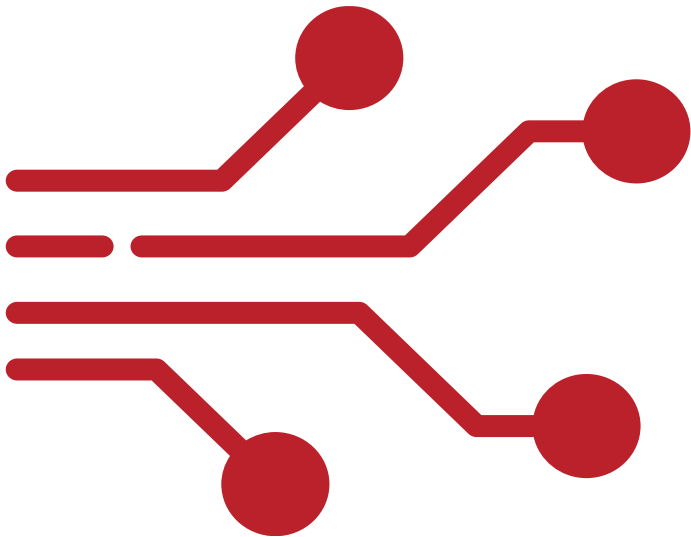
- oraz warunek **bezpieczeństwa**: znając pk oraz $c = E_{pk}(m)$, obliczenie m bez znajomości sk jest obliczeniowo niewykonalne.

Algorytm Euklidesa

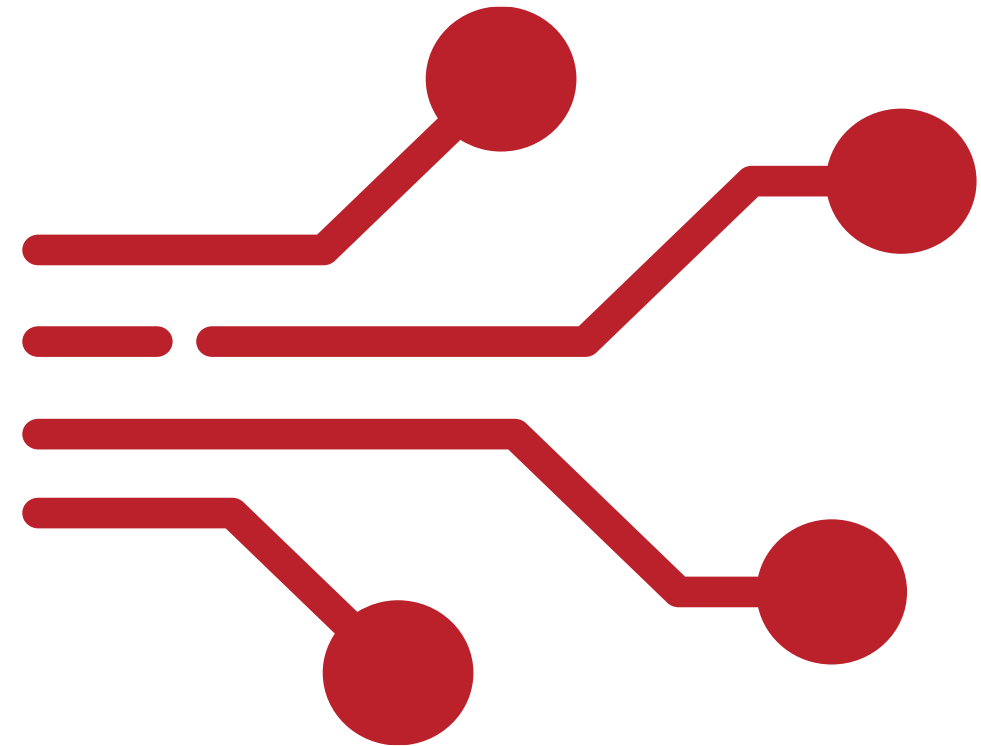


Wprowadzenie

- jest jedną z najstarszych i najbardziej fundamentalnych procedur obliczeniowych w teorii liczb.
- Służy do wyznaczania największego wspólnego dzielnika dwóch liczb całkowitych.
- Przedstawimy jego podstawową wersję oraz rozszerzenie niezbędne w kontekście kryptografii asymetrycznej.



Kryptosystem RSA



18

Kryptosystem RSA

- Jeden z najstarszych kryptosystemów asymetrycznych
- Szeroko stosowany do bezpiecznej transmisji danych
 - wymiany informacji poprzez kanały o niskiej poufności,
 - w systemach elektronicznego uwierzytelniania,
 - obsługi podpisów cyfrowych,
 - do szyfrowania poczty,
 - itd.
- Akronim "RSA" pochodzi od nazwisk
 - Rona Rivesta,
 - Adiego Shamira,
 - Leonarda Adlemana,

którzy publicznie opisali ten algorytm w 1977

19

Twórcy RSA



20

<https://www.abc.net.au/news/science/2018-01-20/how-prime-numbers-rsa-encryption-works/9338876>

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach:
FUNDUSZE EUROPEJSKIE DLA ROZWOJU SPOŁECZNEGO 2021-2027 (FERS)
"POLLUB z nami nowoczesne technologie" FERS.01.05-IP.08-0319/23-00



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

20

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Problem faktoryzacji

- Bezpieczeństwo RSA jest związane z trudnością faktoryzacji dużej liczby złożonej.
 - $21 = 3 * 7$
 - $988027 = ?$
 - liczba o 2048 bitach = ???
- Moduł powstaje z iloczynu dwóch dużych liczb pierwszych.
- Złamanie szyfrowania RSA znane jest jako problem RSA.

21

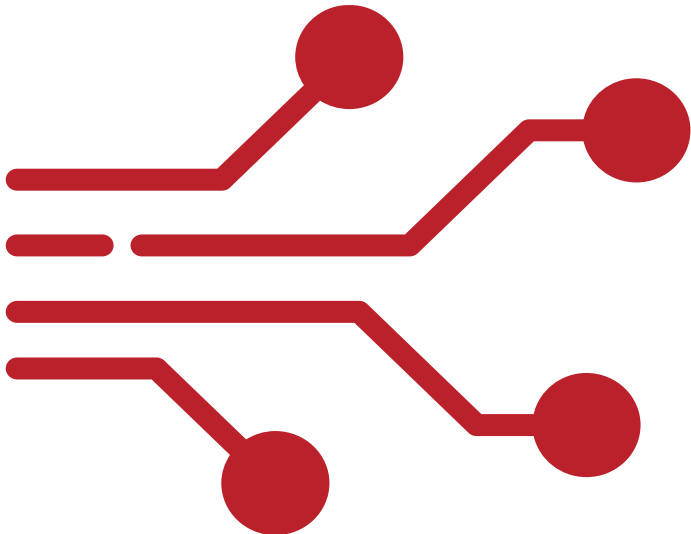
Historia RSA

- W 1976 roku Whitfield Diffie i Martin Hellman opublikowali artykuł przedstawiający możliwość stworzenia algorytmu szyfrującego używającego jednego klucza do zaszyfrowywania informacji, a drugiego do odszyfrowywania.
- Na ten sam pomysł wpadł Robert Merkle, ale jego praca na ten temat ukazała się, gdy idea kryptografii bazującej na kluczu publicznym była już znana.

22

Wcześniejsze prace

- Idea kryptografii asymetrycznej prawdopodobnie była znana wcześniej tajnym służbom
- Równoważny system został opracowany w tajemnicy w 1973 roku w brytyjskiej agencji wywiadu, przez angielskiego matematyka Clifforda Cocksa. System ten został odtajniony w 1997 roku



Szyfrowanie

- Nadawca pobiera klucz publiczny odbiorcy (n , e).
- Wiadomość zostaje zamieniona na liczbę naturalną m , o własności: $0 < m < n$.
- Odbiorca musi znać użyty sposób przekształcenia tekstu w liczbę, aby mógł później odtworzyć otrzymaną wiadomość.
- Wykonując operację szyfrowania oblicza się:

$$c = m^e \bmod n$$

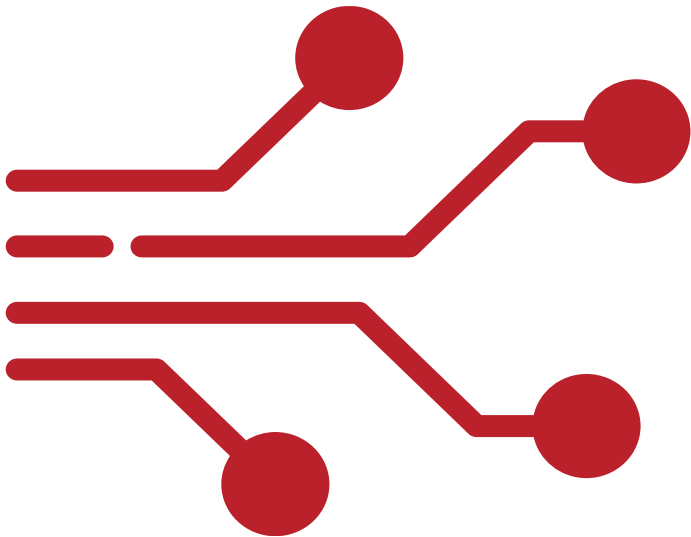
- Liczba c jest zaszyfrowaną wiadomością i jest ona przekazywana odbiorcy.

Deszyfrowanie

- Odbiorca od nadawcy otrzymuje zaszyfrowaną wiadomość w postaci liczby naturalnej, która spełnia warunek $0 < c < n$.
- Liczba c jest przekształcana na pierwotną wartość m stosując wzór:

$$m = c^d \bmod n.$$

- Z otrzymanej liczby c odbiorca odtwarza tekst i odczytuje przesłaną wiadomość.



Podsumowanie

- Szyfrowanie
- Deszyfrowanie

$$c = m^e \bmod n$$

$$m = c^d \bmod n$$

Przykład

- Klucze odbiorcy $(n,e)=(33,13)$ oraz $(n,d)=(33,17)$.
- Wiadomość u nadawcy $m=15$.

$$c = m^e \bmod n = 15^{13} \bmod 33 = 9$$

- Zatem $c=9$ jest zaszyfrowaną wiadomością.
- Odbiorca otrzymał zaszyfrowaną wiadomość $c=9$.

$$m = c^d \bmod n = 9^{17} \bmod 33 = 15$$

- Odbiorca otrzymał wiadomość $m=15$.

27

Uzasadnienie działania RSA

$$D(E(m)) = m$$

Nie jest to pełny dowód, a jedynie ogólny zarys obliczeń pokazujących dlaczego szyfrowanie i deszyfrowanie działają

$$E(m) = m^e \bmod n = c$$

$$D(c) = c^d \bmod n = (m^e)^d \bmod n = m^{ed} \bmod n$$

Dziękuję za uwagę

Podstawy kryptografii

Wykład nr 4

Temat: Podpisy Cyfrowe

Dr inż. Marek B.Horyński
Katedra Informatyki Stosowanej

Plan prezentacji

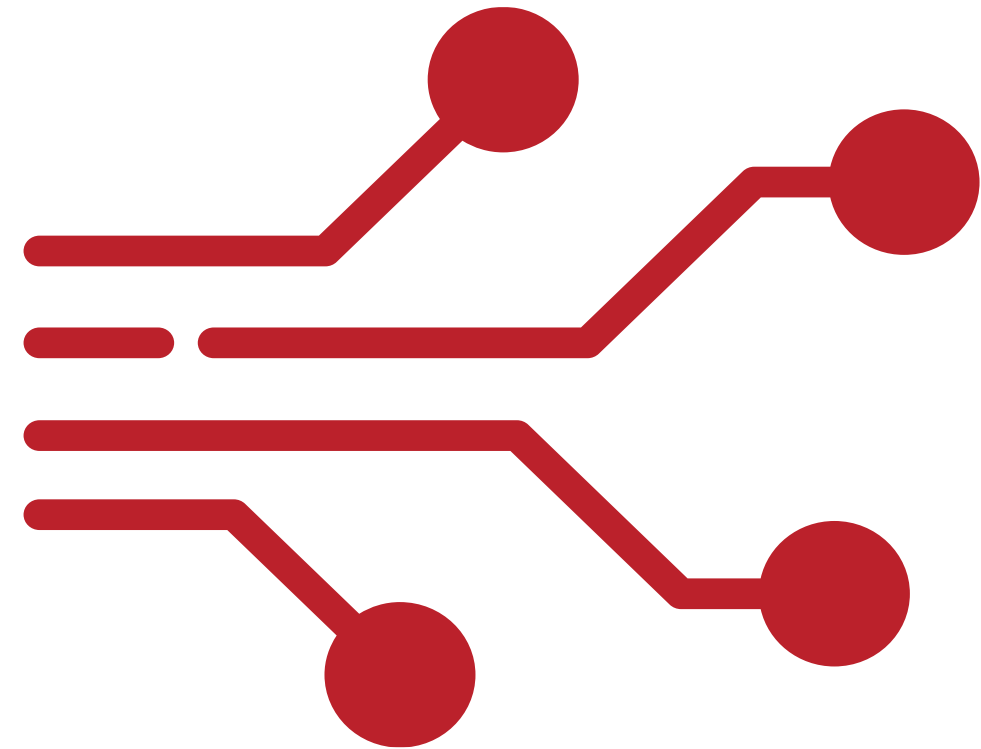
Plan wykładu

- Wprowadzenie: Problem Zaufania
- Podstawy Kryptograficzne
- Anatomia Podpisu Cyfrowego
- Infrastruktura Klucza Publicznego (PKI)
- Zastosowania i Kontekst Prawny
- Wyzwania i Przyszłość



Temat

Problem Zaufania w Świecie Cyfrowym



Podstawy: Funkcje Skrótu (Hashing)

Koncepcja: "Cyfrowy Odcisk Palca"

Funkcja skrótu (np. SHA-256) przekształca dowolną ilość danych w unikalny ciąg znaków o stałej długości (skrót).

- **Jednokierunkowa:** Niemożliwe jest odtworzenie danych wejściowych na podstawie skrótu.
- **Deterministyczna:** Te same dane wejściowe zawsze dają ten sam skrót.
- **Odporna na kolizje:** Niezwykle trudne jest znalezienie dwóch różnych wejść dających ten sam skrót.
- **Kluczowa dla zapewnienia INTEGRALNOŚCI.**



Odcisk palca Stockowa ilustracja wektorowa
(iStock by Getty Images)

Podstawy: Dwa Modele Kryptografii

Kryptografia Symetryczna



Jeden, tajny klucz jest używany do szyfrowania
i deszyfrowania.

**Szybka, idealna do dużych danych, ale... jak
bezpiecznie przekazać klucz?**

Kryptografia Asymetryczna



Para matematycznie powiązanych kluczy:
Prywatny (tajny) i **Publiczny** (jawny).

**Rozwiązuje problem dystrybucji kluczy.
Fundament podpisów cyfrowych.**

Proces Podpisywania (Perspektywa Nadawcy)

Anatomia Podpisu Cyfrowego



Krok 1: Dokument



Krok 2: Skrót



Krok 3: Szyfrowanie



Wynik: Podpis



Oryginalna wiadomość lub plik do podpisania.

Dokument jest przetwarzany przez funkcję skrótu (np. SHA-256).

Skrót jest szyfrowany za pomocą klucza prywatnego nadawcy.

Zaszyfrowany skrót to jest właśnie Podpis Cyfrowy.

Proces Weryfikacji (Perspektywa Odbiorcy)

Odbiorca otrzymuje: [Oryginalny Dokument] + [Podpis Cyfrowy] + [Klucz Publiczny Nadawcy]

Ścieżka A: Weryfikacja Podpisu

1. Odbiorca deszyfruje [Podpis Cyfrowy] używając **klucza publicznego** nadawcy.
2. Wynik: **Oryginalny Skrót (A)**.

Ścieżka B: Obliczenie Własne

1. Odbiorca niezależnie przepuszcza [Oryginalny Dokument] przez tę samą funkcję skrótu.
2. Wynik: **Nowy Skrót (B)**.

Werdykt: Czy Skrót (A) == Skrót (B)?

TAK: Podpis autentyczny, dokument nienaruszony.

NIE: Podpis nieważny lub dokument został zmieniony.

Kluczowa Różnica: Podpis vs. Szyfrowanie

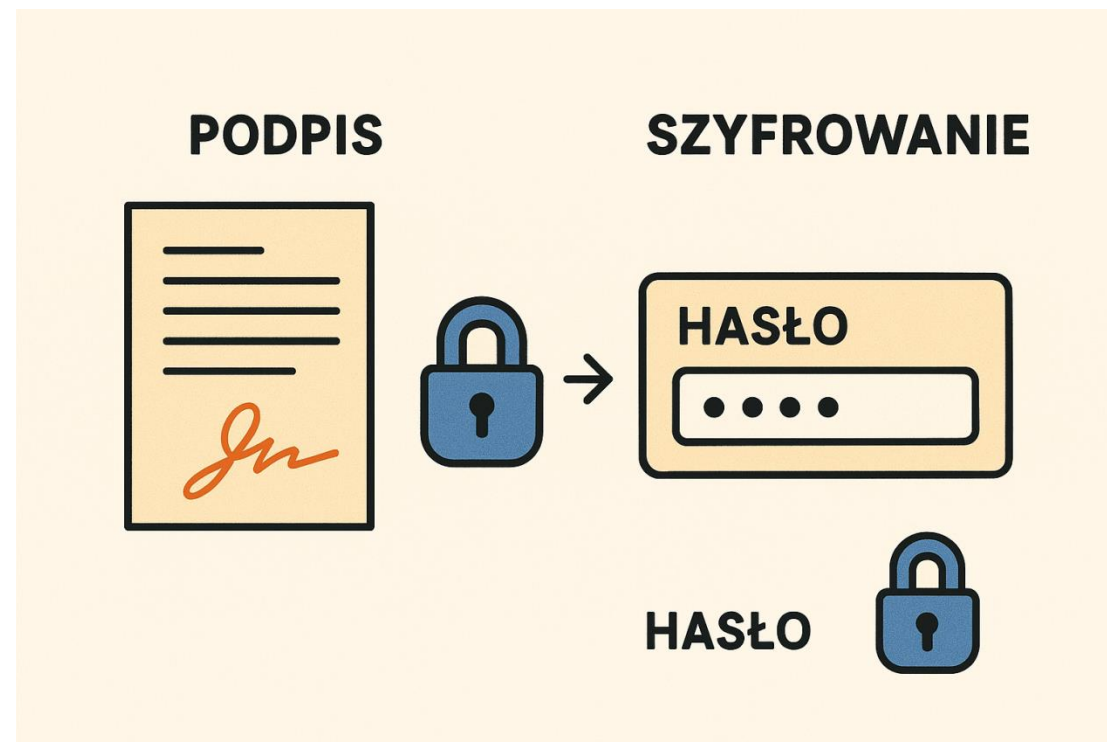
Podpis Cyfrowy (Klucz Prywatny)

Zapewnia autentyczność, integralność i niezaprzeczalność. **Nie ukrywa treści dokumentu.** Odpowiada na pytanie: "Kto to podpisał i czy nic się nie zmieniło?".

Szyfrowanie (Klucz Publiczny)

Zapewnia poufność. **Ukrywa treść dokumentu.** Odpowiada na pytanie: "Czy ta wiadomość jest tylko dla mnie?".

Oba procesy są od siebie niezależne, ale często stosowane razem (np. w S/MIME).



Opracowanie własne na podstawie dokumentów eIDAS

Gwarancje Podpisu Cyfrowego



Autentyczność

Tylko właściciel klucza prywatnego mógł wygenerować ten podpis. Mamy pewność co do tożsamości nadawcy.



Integralność

Weryfikacja skrótu gwarantuje, że dokument nie został zmieniony ani o jeden bit od momentu podpisania.



Niezaprzeczalność

Nadawca nie może się wyprzeć faktu podpisania dokumentu, ponieważ tylko on ma kontrolę nad swoim kluczem prywatnym.

Opracowanie własne na podstawie dokumentów eIDAS

Problem Zaufania i Urzędy Certyfikacji (CA)

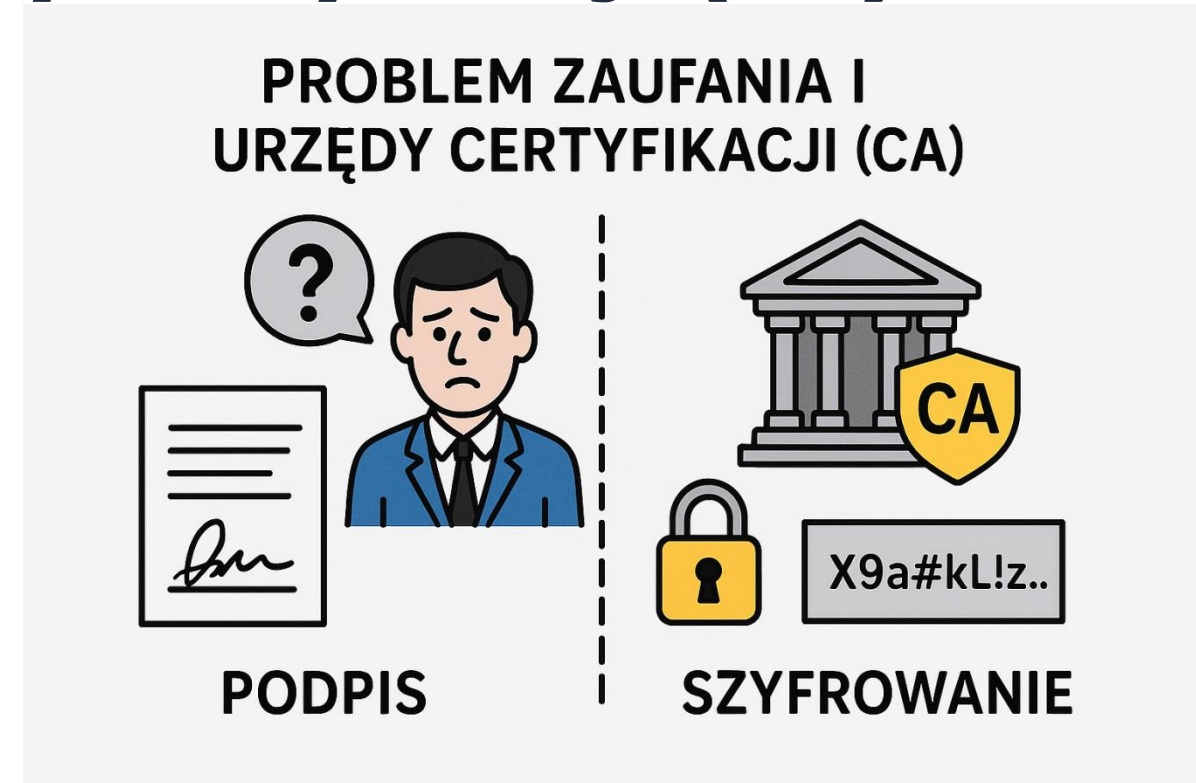
Problem: Skąd mam wiedzieć?

Otrzymałem klucz publiczny od "Banku". Ale skąd mam pewność, że ten klucz *naprawdę* należy do Banku, a nie do atakującego (Man-in-the-Middle)?

Rozwiązanie: Zaufana Strona Trzecia

Urząd Certyfikacji (CA) działa jak "cyfrowy notariusz":

- Weryfikuje tożsamość podmiotu (np. Banku).
- Wydaje **Certyfikat Cyfrowy**, który zawiera klucz publiczny Banku i jest *podpisany cyfrowo przez CA*.
- My ufamy CA, więc możemy ufać kluczowi publicznemu w certyfikacie.



Opracowanie własne na podstawie dokumentów eiDAS¹⁰

Standard: Certyfikat Cyfrowy X.509

Certyfikat cyfrowy to standardowa struktura danych (X.509), która publicznie wiąże tożsamość z kluczem publicznym.

Zawiera m.in.:

- **Właściciel (Subject):** Do kogo należy certyfikat (np. `google.com`).
- **Klucz Publiczny Właściciela:** Klucz, który jest certyfikowany.
- **Wystawca (Issuer):** Który Urząd Certyfikacji (CA) to wydał.
- **Podpis Cyfrowy Wystawcy:** Podpis CA gwarantujący autentyczność certyfikatu.
- **Okres Ważności:** Kiedy certyfikat jest ważny.

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach:
FUNDUSZE EUROPEJSKIE DLA ROZWOJU SPOŁECZNEGO 2021-2027 (FERS)
"POLLUB z nami nowoczesne technologie" FERS.01.05-IP.08-0319/23-00

PROBLEM ZAUFANIA I URZĘDY CERTYFIKACJI



11

Opracowanie własne na podstawie dokumentów eiDAS



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



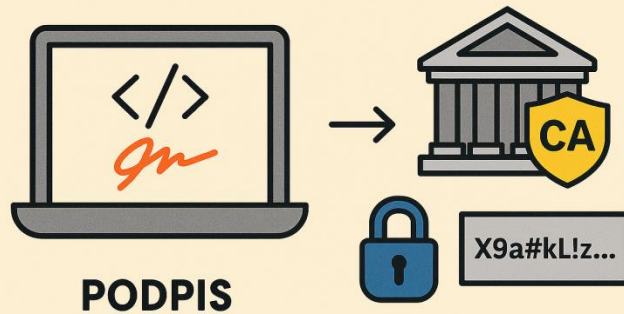
Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Zastosowania w Praktyce

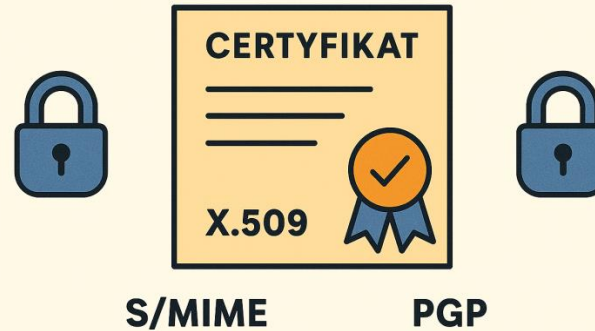
PODPISYWANIE KODU



Podpisywanie Kodu (Code Signing)

Gwarantuje, że oprogramowanie pochodzi od autoryzowanego wydawcy i nie zostało zmodyfikowane.

BEZPIECZNA POCZTA



Bezpieczna Poczta (S/MIME, PGP)

Uwierzytelnienie nadawcy wiadomości e-mail oraz zapewnienie integralności jej treści.

DOKUMENTY ELEKTRONICZNE



Dokumenty Elektroniczne (PDF, PAdES)

Prawnie wiążące umowy, e-faktury, dokumenty urzędowe (np. w systemie ePUAP).

Opracowanie własne na podstawie dokumentów eIDAS

12

Kontekst Prawny w UE: Rozporządzenie eIDAS



Na podstawie dokumentów eIDAS

eIDAS standaryzuje podpisy w UE:

- **Zwykły podpis (SES):** Np. skan podpisu, kliknięcie "Zgadzam się". Niska moc dowodowa.
- **Zaawansowany podpis (AdES):** Unikalnie powiązany z podpisującym, pozwala na identyfikację, oparty na certyfikacie.
- **Kwalifikowany podpis (QES):** Najwyższy poziom. Tworzony za pomocą kwalifikowanego urządzenia (np. token, karta), oparty na kwalifikowanym certyfikacie. **Ma moc prawną równoważną podpisowi odręcznemu¹³ w całej UE.**

Wyzwanie: Zagrożenie Kwantowe

Problem: Algorytm Shora

Obecna kryptografia asymetryczna (RSA, ECC) opiera swoją siłę na trudności matematycznej faktoryzacji dużych liczb pierwszych.

Problem ten jest trywialny do rozwiązania dla wystarczająco potężnych komputerów kwantowych (używających algorytmu Shora).

Oznacza to, że w przyszłości komputery kwantowe będą w stanie złamać każdy obecny klucz prywatny na podstawie publicznego, czyniąc obecne podpisy bezużytecznymi.



Wizualizacja komputera kwantowego ¹⁴

Rozwiązanie: Kryptografia Postkwantowa (PQC)

Nowe Fundamenty Matematyczne



Kryptografia Postkwantowa (PQC) to algorytmy odporne na ataki zarówno komputerów klasycznych, jak i kwantowych.

Bazują na innych problemach (np. kryptografia oparta na sieciach krystalicznych, hashowaniu, kodowaniu).

Wyzwanie: Migracja



Trwa globalny wyścig (kierowany np. przez NIST) w celu standaryzacji i wdrożenia algorytmów PQC. Największym wyzwaniem będzie masowa migracja globalnej infrastruktury IT zanim komputery kwantowe staną się realnym zagrożeniem.

15

Bibliografia

I. Literatura Akademicka (Kryptografia i PKI)

1. Menezes, A. J., van Oorschot, P. C., Vanstone, S. A. (2005). Kryptografia Stosowana. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne (WNT). (lub późniejsze wydania).

Komentarz: Kluczowa pozycja akademicka, wyczerpująco opisująca algorytmy klucza publicznego, funkcje skrótu oraz protokoły podpisu cyfrowego, stanowiąca fundament wiedzy o kryptografii.

2. Kościelny, C., Kurkowski, M., Srebrny, M. (2009). Kryptografia. Teoretyczne podstawy i praktyczne zastosowania. Warszawa: Wydawnictwo PJATK.

Komentarz: Przystępny podręcznik opisujący podstawy kryptografii symetrycznej i asymetrycznej oraz ich zastosowania w sieciach komputerowych, w tym PKI.

II. Źródła Prawne (Kontekst Europejski)

3. Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) nr 910/2014 z dnia 23 lipca 2014 r. w sprawie identyfikacji elektronicznej i usług zaufania w odniesieniu do transakcji elektronicznych na rynku wewnętrznym oraz uchylające dyrektywę 1999/93/WE (eIDAS).

Komentarz: Podstawowy akt prawny regulujący definicje, rodzaje (zaawansowany, kwalifikowany) i skutki prawne podpisów elektronicznych w UE.

4. Ustawa z dnia 5 września 2016 r. o usługach zaufania oraz identyfikacji elektronicznej.

Komentarz: Polski akt wdrażający i uzupełniający przepisy Rozporządzenia eIDAS w krajowym porządku prawnym.

III. Standardy i Wyzwania Przyszłości (Kryptografia Postkwantowa)

5. National Institute of Standards and Technology (NIST). Post-Quantum Cryptography Standardization.

Komentarz: Oficjalna strona internetowa projektu standaryzacji algorytmów PQC. Należy cytować konkretne standardy (np. FIPS 204: ML-DSA), gdy zostaną opublikowane.

6. FIPS 204 (Federal Information Processing Standards Publication 204). Module-Lattice-Based Digital Signature Algorithm (ML-DSA) (Oczekiwane lub opublikowane wydanie).

Komentarz: Standard NIST określający algorytm postkwantowego podpisu cyfrowego (wcześniej znany jako CRYSTALS-Dilithium), kluczowy w kontekście przyszłej migracji.

7. Cooper, D., et al. (2008). Internet X.509 Public Key Infrastructure Certificate and Certificate Revocation List (CRL) Profile. RFC 5280.

Zakończenie

Dziękuję za uwagę

Podstawy kryptografii Wykład nr 5

Temat: Steganografia Sztuka Ukrywania Komunikacji w Świecie Cyfrowym

*Dr inż. Marek B.Horyński
Katedra Informatyki Stosowanej*

Plan prezentacji

- Wprowadzenie: Pojęcie steganografii
- Steganografia vs. Kryptografia
- Główne Nośniki Informacji Cyfrowej
- Rewolucja Cyfrowa i Nadmiarowość Danych
- Główne Nośniki Informacji Cyfrowej
- LSB: Ukrywanie w Najmnieij Znaczącym Bicie
- Główne Metody Steganografii Obrazu
- Steganografia Audio i Wideo
- Steganografia Tekstowa: Ukryte Wzorce
- Steganografia Sieciowa (Protokół)
- Klucze i Zasada Kerckhoffsza
- Legalne Zastosowanie: Cyfrowe Znaki Wodne
- Uwierzytelnianie i Autentyczność Dokumentów
- Ciemna Strona: Ukrywanie Złośliwego Kodu
- Steganaliza: Rozpoznanie i Wykrywanie
- Kluczowe Metody Steganalizy
- Przyszłość: Kierunki Rozwoju

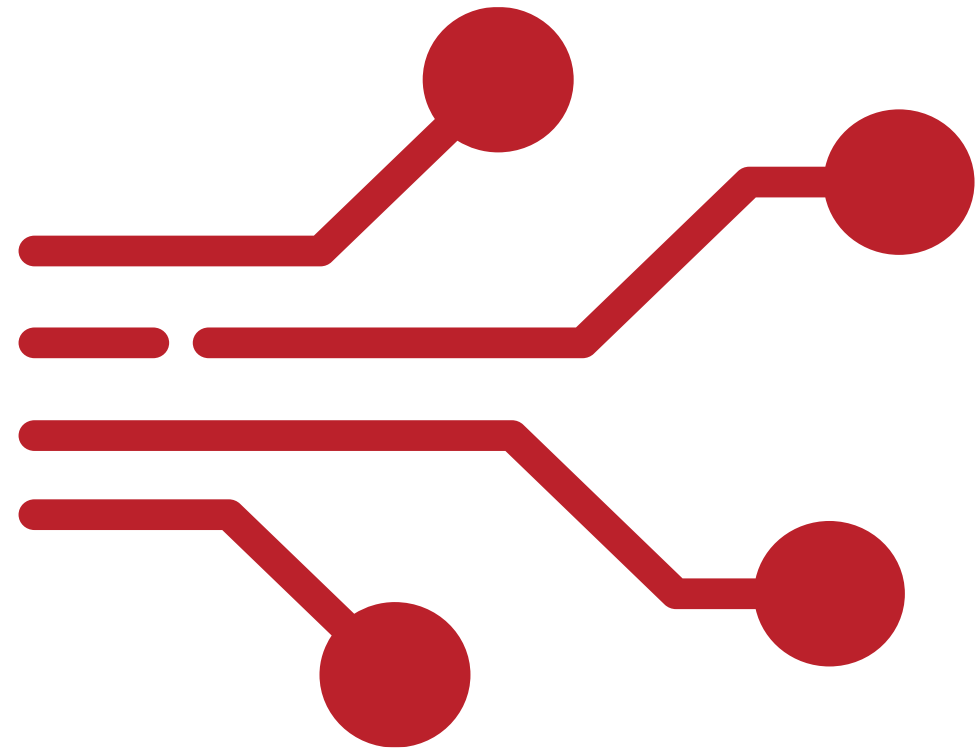
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach:
FUNDUSZE EUROPEJSKIE DLA ROZWOJU SPOŁECZNEGO 2021-2027 (FERS)
"POLLUB z nami nowoczesne technologie" FERS.01.05-IP.08-0319/23-00



Co to jest Steganografia?

Greckie korzenie ("ukryte pismo"). Nauka i praktyka ukrywania wiadomości, obrazu lub pliku w innym nośniku w taki sposób, że sama obecność ukrytej informacji jest niewidoczna

Steganografia vs. Kryptografia



4

Steganografia vs. Kryptografia

Kryptografia

Ukrywa ****treść**** wiadomości poprzez jej zaszyfrowanie. Fakt komunikacji jest ****znany**** i widoczny (zaszyfrowany plik/tekst). Używa algorytmów i kluczy.

Steganografia

Ukrywa ****fakt istnienia**** wiadomości wewnątrz niewinnego nośnika (np. obrazu, audio). Wiadomość jest ****niewidoczna**** dla osób trzecich. Kluczowy cel to uniknięcie podejrzeń.

Historia: Od Herodota do Mikrokropki

Przykłady historyczne:

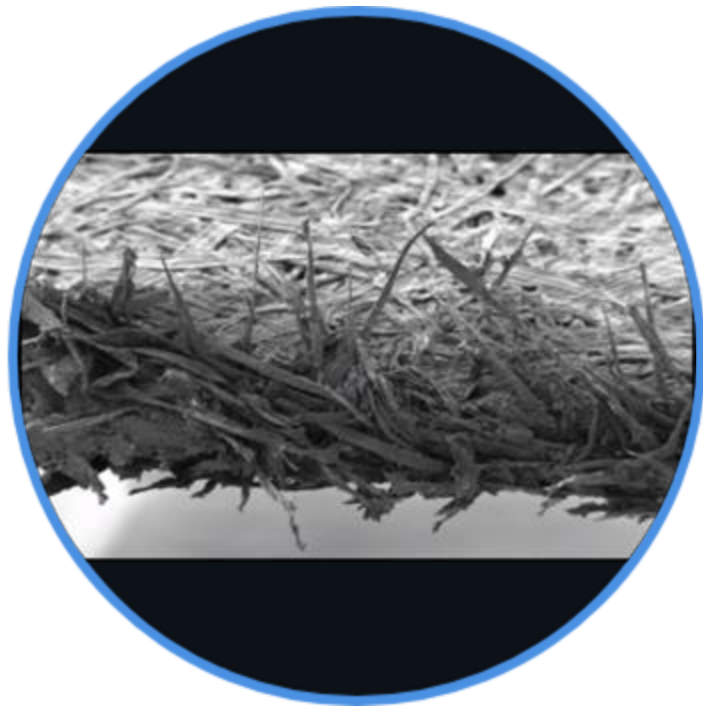
****Tatuże na głowach:**** W starożytnej Grecji wiadomości tatuowano na ogolonych głowach niewolników, a następnie ukrywano pod odrastającymi włosami.

****Ukryte pismo na tabliczkach woskowych:**** Wiadomość ryto w drewnie, które następnie pokrywano woskiem i wykorzystywano do "zwykłych" notatek.

****Tajnopis (niewidzialny atrament):**** Użycie cieczy, która stawała się widoczna dopiero po podgrzaniu lub naświetleniu.



Źródło: www.bl.uk



Źródło: www.reddit.com

Technika II Wojny Światowej

Mikrokropka była zdjęciem o wysokiej rozdzielczości, pomniejszonym do rozmiaru kropki w tekście maszynopisu lub na kartce pocztowej.

Używana głównie przez szpiegów, ponieważ pozwalała na przesyłanie obszernej, tajnej informacji bez wzbudzania najmniejszych podejrzeń o istnieniu jakiejkolwiek komunikacji.

7

Rewolucja Cyfrowa i Nadmiarowość Danych

W cyfrowej steganografii nośnikiem (kontenerem) jest plik komputerowy. Pliki multimedialne są idealne ze względu na ich naturalną nadmiarowość – małe zmiany są niezauważalne dla ludzkiej percepcji.

8

Główne Nośniki Informacji Cyfrowej



Obraz (Grafika)

Najczęściej używany
nośnik (JPEG, PNG).

Posiada ogromną ilość
pikseli do ukrycia
danych.



Dźwięk (Audio)

Fale dźwiękowe i ich
binarna sekwencja
(MP3, WAV).

Trudniejsze ze
względu na czułość
słuchu.



Video (Video)

Ukrywanie w
strumieniu
ruchomych obrazów i
dźwięków (MP4, AVI).
Pozwala na ukrycie
dużej ilości danych.



Tekst i Protokół

Modyfikacja białych
znaków, kodowania
lub nagłówek
pakietów sieciowych
(TCP/IP).

LSB: Ukrywanie w Najmniej Znaczącym Bicie

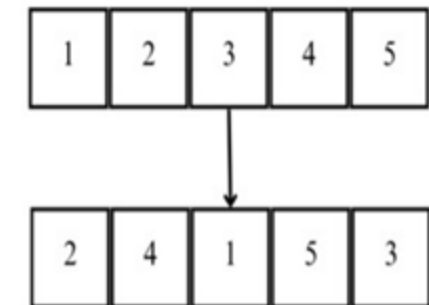
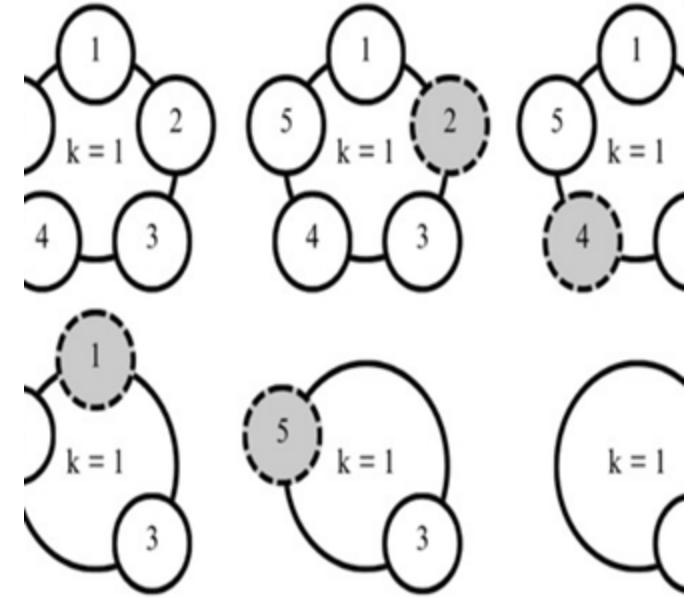
Mechanizm LSB

Najpopularniejsza technika w steganografii cyfrowej. Polega na modyfikacji najmniej znaczącego bitu (LSB) każdego piksela w obrazie lub każdej próbki w pliku audio.

Zastąpienie LSB ukrytą informacją zmienia wartość koloru (lub dźwięku) tylko minimalnie, co jest ****wizualnie i akustycznie niezauważalne**** dla człowieka.

Zmiana jest równoznaczna z +/- 1 w skali od 0 do 255.

Źródło: https://www.mdpi.com/applsci/applsci-14-07119/article_deploy/html/images/applsci-14-07119-g001-550.jpg



Główne Metody Steganografii Obrazu



Domena Przestrzenna (Spatial Domain)

Najprostsze metody, takie jak LSB (Least Significant Bit), gdzie dane są osadzane bezpośrednio w wartościach pikseli.



Domena Częstotliwości (Frequency Domain)

Wykorzystanie transformacji, np. Transformata Kosinusowa (DCT - JPEG) lub Transformata Fouriera, do ukrycia danych w współczynnikach częstotliwości obrazu, co jest bardziej odporne na kompresję.



Adaptacyjne Ukrywanie

Osadzanie informacji w regionach obrazu, które mają naturalnie wyższą złożoność (szum), co dodatkowo utrudnia wykrycie statystyczne.

11

Audio (Dźwięk)

Polega na osadzeniu tajnych wiadomości w sygnale audio poprzez modyfikację sekwencji binarnej pliku. Wykorzystuje się:

- LSB w próbkach audio.
- Maskowanie spektralne (wykorzystanie słabiej słyszalnych częstotliwości).

Wideo (Obraz Ruchomy)

Osadzanie danych w cyfrowych formatach wideo. Pozwala na ukrycie dużych ilości danych.

- Ukrywanie w nieskompresowanym wideo.
- Osadzanie w skompresowanym strumieniu danych (np. w klatkach I, P lub B).



Źródło: implex.dev

Steganografia Tekstowa: Ukryte Wzorce



Źródło: forum.cursor.com

Modyfikacje Niewidoczne

Polega na ukrywaniu informacji wewnątrz plików tekstowych lub kodu źródłowego.

- ****Ukrywanie w białych znakach:**** Zmiana układu spacji lub tabulatorów.
- ****Zmiany w kodowaniu:**** Wykorzystanie podobnie wyglądających znaków Unicode (homoglify).
- ****Leksykalne:**** Zmiana słów na synonimy, aby zakodować wiadomość w kolejności zmian.

13

Steganografia Sieciowa (Protokół)



****Warstwa Transportowa****

Osadzanie informacji w protokołach kontroli sieci, takich jak TCP (np. w polu ID), UDP, czy ICMP.



****Nagłówki Pakietów****

Wykorzystanie pól w nagłówkach, które są ignorowane przez większość oprogramowania lub mogą zawierać losowe/nieużywane dane (np. pola rezerwowe).



****Timing Channels (Kanały Czasowe)****

Manipulowanie opóźnieniami między pakietami w celu kodowania wiadomości w czasie transmisji.

14

Klucze i Zasada Kerckhoffsza

Steganografia Czysta (Pure)

Opiera się na nieznajomości metody przez atakującego (Security by Obscurity). ****Nie jest polecana****, ponieważ nie spełnia Zasady Kerckhoffsza. Złamanie metody to złamanie systemu.

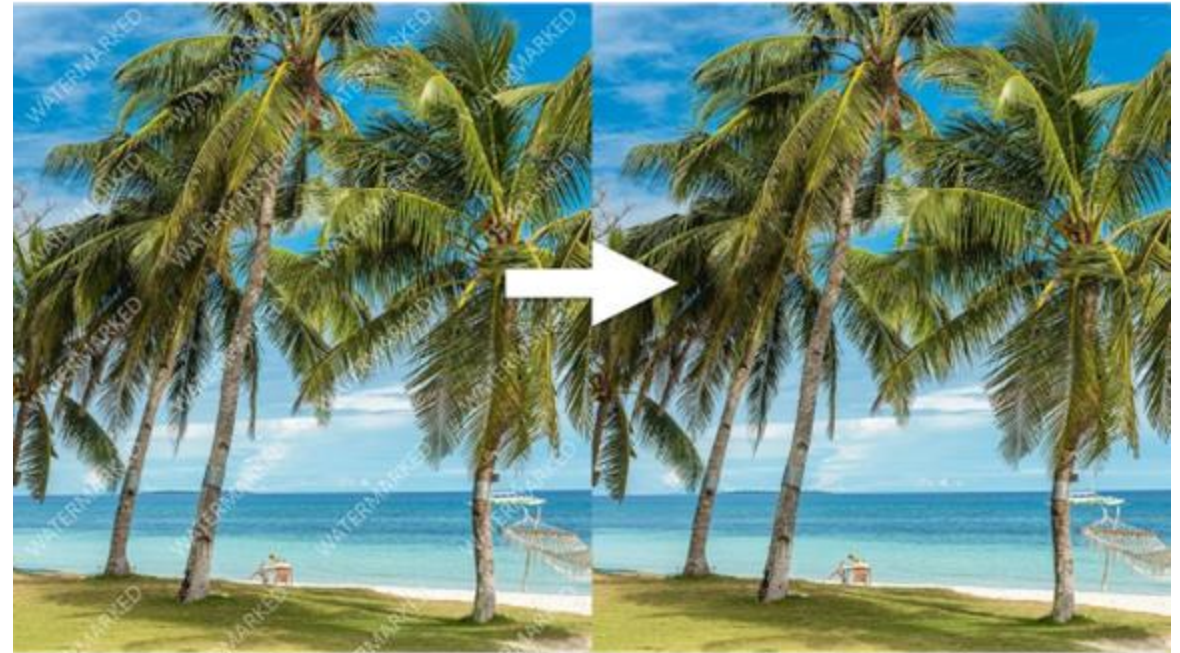
Steganografia z Kluczem

Metoda jest jawna. Do osadzenia lub wyodrębnienia wiadomości używany jest ****klucz**** (prywatny lub publiczny), który muszą znać tylko strony komunikujące się. Jest to bezpieczniejsze podejście.

Legalne Zastosowanie: Cyfrowe Znaki Wodne

Ochrona Praw Autorskich

- Cyfrowe znakowanie wodne (watermarking) to technika steganograficzna wykorzystywana do ukrywania informacji o autorstwie lub właścicielu pliku w samym pliku multimedialnym (obraz, audio, wideo).
- Znak wodny jest niewidzialny lub niemal niewidoczny, ale jest wystarczająco trwały, aby przetrwać kompresję i modyfikacje, umożliwiając identyfikację źródła wycieku lub pirackiej kopii.



Źródło: electronics.howstuffworks.com

16

Uwierzytelnianie i Autentyczność Dokumentów

100%

Integralność Danych

Zwalczanie Fałszerstw

Steganografia bywa wykorzystywana przez organy rządowe do zwiększenia bezpieczeństwa dokumentów tożsamości.

Przykładowo, dane biometryczne (np. odcisk palca) mogą być ukryte w zdjęciu na paszporcie w taki sposób, że ludzkie oko nie jest w stanie tego dostrzec, ale maszyna weryfikująca może potwierdzić autentyczność dokumentu w terenie.

17

Ciemna Strona: Ukrywanie Złośliwego Kodu

Stegano-Malware

Hakerzy i aktorzy zagrożeń wykorzystują steganografię do ukrywania złośliwego oprogramowania (malware) lub poleceń C2 (Command & Control) w pozornie niewinnych plikach, najczęściej obrazach (JPG, PNG).

W ten sposób złośliwy kod omija tradycyjne systemy wykrywania intruzów (IDS), ponieważ plik, który go zawiera, wydaje się być zwykłą grafiką.



Źródło: <https://www.mdpi.com>

Steganaliza: Rozpoznanie i Wykrywanie

Nauka zajmująca się atakami na ukrywaną informację. Celem jest wykrycie, czy dany nośnik zawiera ukrytą wiadomość, a następnie jej odzyskanie lub zniszczenie.

19



Steganaliza Pasywna

Ogranicza się jedynie do wykrycia, że w danym nośniku ****istnieje**** ukryta informacja.



Steganaliza Aktywna

Próba ****zniszczenia**** lub zmodyfikowania ukrytej wiadomości, aby uczynić ją bezużyteczną dla odbiorcy.



Analiza Statystyczna

Wykrywanie subtelnych, nienaturalnych zmian statystycznych w rozkładzie bitów lub pikseli pliku, charakterystycznych dla osadzania danych (np. analiza histogramu).



Porównanie z Oryginałem

Najprostsza, ale nie zawsze możliwa metoda. Polega na porównaniu zmodyfikowanego pliku (stego-plik) z jego czystym, oryginalnym nośnikiem.

20

Przyszłość: Kierunki Rozwoju

Wzrost Steganalizy

Rozwój zaawansowanych sieci neuronowych zdolnych do wykrywania nawet najmniejszych anomalii w plikach cyfrowych.

Steganografia Kwantowa

Potencjalne wykorzystanie zasad mechaniki kwantowej do tworzenia absolutnie bezpiecznych i niewykrywalnych kanałów komunikacji.

AI i Uczenie Maszynowe

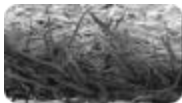
Wykorzystanie sztucznej inteligencji do generowania bardziej złożonych i trudniejszych do wykrycia stego-
nośników.

21



<https://www.bl.uk/images/v5dwkion/production/ebe3174315f5f2000982bf8ffec5e6200ed29ac0-500x341.jpg/a-greek-writing-exercise-from-egypt,-2nd-century-ad-add-ms-34186.jpg?rect=0,40,500,263&w=1200&h=630&auto=format>

Źródło: www.bl.uk



<https://preview.redd.it/tem6da3izux11.jpg?width=640&crop=smart&auto=webp&s=1084476026da218313151116f9889d1a181adaa3>

Źródło: www.reddit.com



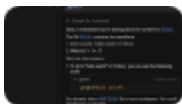
https://www.mdpi.com/applsci/applsci-14-07119/article_deploy/html/images/applsci-14-07119-g001-550.jpg

Źródło: www.mdpi.com



https://implex.dev/_next/image?url=https%3A%2F%2Fd1by0hsgj87y7x.cloudfront.net%2Finsights%2F2025.01.22-Data%2520Visualization%2520in%2520Website%2520Design%253A%25207%2520Top%2520Examples%2FpictureMobileUrl%2FInsights26-960px.webp&w=3840&q=75

Źródło: implex.dev



<https://us1.discourse-cdn.com/cursor1/original/3X/4/2/42f9b7c405dc35fabac82e6b71eea7050e163565.png>

Źródło: forum.cursor.com



<https://media.hswstatic.com/eyJidWNrZXQiOiJjb250ZW50LmhhdzN0YXRpYy5jb20iLCJrZXkiOiJnaWZcL3NodXR0ZXJzdG9jay0yMjU5MDc0MDQ5LmpwZyIsImVkaXRzIjp7InJlc2l6SI6eyJ3aWR0aCI6ODI4fX19>

Źródło: electronics.howstuffworks.com



https://www.mdpi.com/symmetry/symmetry-12-01621/article_deploy/html/images/symmetry-12-01621-g001-550.jpg

Źródło: www.mdpi.com

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach:
FUNDUSZE EUROPEJSKIE DLA ROZWOJU SPOŁECZNEGO 2021-2027 (FERS)
"POLLUB z nami nowocześnie technologie" FERS.01.05-IP.08-0319/23-00



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Dziękuję za uwagę

Podstawy kryptografii

Wykład nr 6

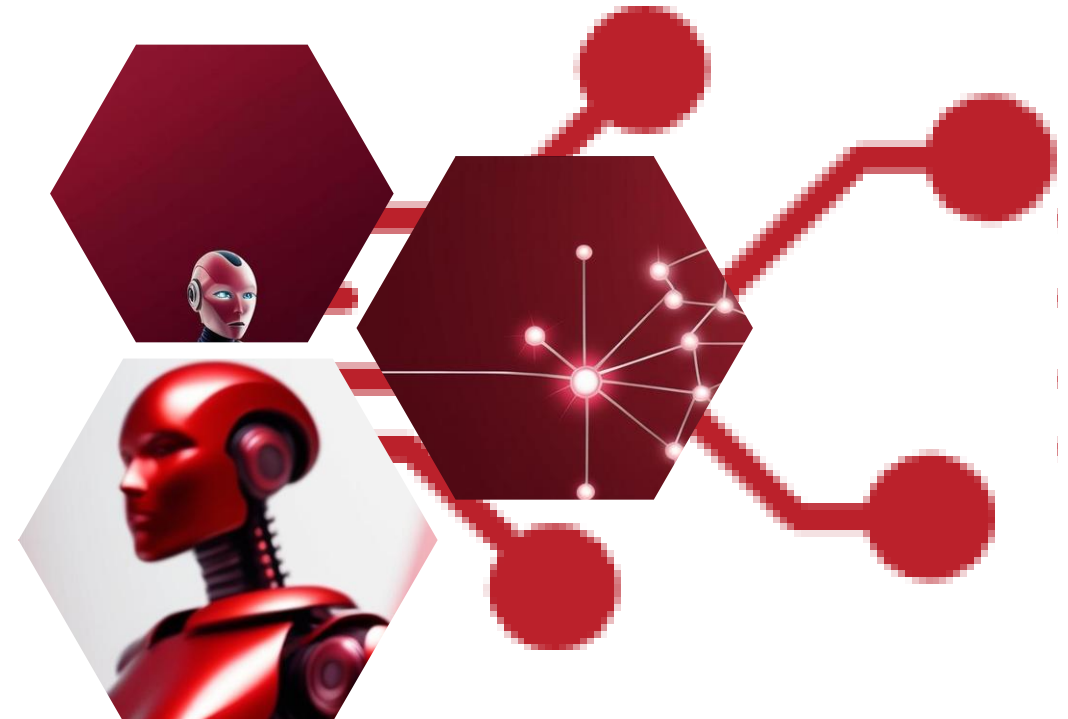
Temat: Analiza bezpieczeństwa algorytmów

Dr inż. Marek B. Horyński
Katedra Informatyki Stosowanej

Plan prezentacji

Plan wykładu

- Wprowadzenie: Problem Zaufania
- Podstawy Kryptograficzne
- Anatomia Podpisu Cyfrowego
- Infrastruktura Klucza Publicznego (PKI)
- Zastosowania i Kontekst Prawny
- Wyzwania i Przyszłość



Sekcja 1: Kryptografia a Kryptoanaliza

Kryptografia

Dziedzina skoncentrowana na utajnianiu informacji przed tymi, którzy nie mają odpowiednich uprawnień.

Od tysiącleci tworzone i udoskonalano rozwiązania w tym celu. W starożytnej Grecji stosowano np. szyfr wykorzystujący drewniany kij i pas skórzany.

Kryptoanaliza

Koncentruje się na zastosowaniu metod matematycznych i znajomości języków do odszyfrowywania zaszyfrowanych treści. Są dwiema przeciwstawnymi dziedzinami. Pierwsze prace, np. badanie częstości występowania liter, pojawiły się w IX wieku [al-Kindi].

3

Modele Ataku – Możliwości Przeciwnika

-  **Ciphertext-only (Tylko szyfrogramy):** Atakujący dysponuje wyłącznie zaszyfrowanym tekstem (najsłabszy model).
-  **Known-plaintext (Szyfrogram + tekst jawny):** Atakujący zna fragmenty tekstu jawnego i odpowiadające im szyfrogramy.
-  **Chosen-plaintext (Szyfrogram + własny tekst):** Atakujący może wybrać dowolny tekst jawny i poznać jego szyfrogram (bardzo silny).
-  **Chosen-ciphertext (Wybrany szyfrogram):** Może wybrać szyfrogram do odszyfrowania i uzyskać tekst jawny.
-  **Adaptive attacks (Adaptacyjne):** Atakujący dostosowuje swoje działania na podstawie uzyskanych wyników.

4

Kluczowe Metody Kryptoanalizy Klasycznej i Symetrycznej



Analiza Częstości

Obserwacja
powtarzalności
znaków (np.
Kasiski



Atak Brute- Force

Przeszukiwanie
całej
przestrzeni



Kryptoanaliza Różnicowa

Analiza wpływu zmian
wejścia na wyniki
(kluczowa dla szyfrów
blokowych).



Kryptoanaliza Liniowa

Próba znalezienia
liniowych zależności
między wejściem a
wyjściem.

5

Kryteria Oceny Bezpieczeństwa Algorytmów



Własności Matematyczne

Deterministyczność i brak przewidywalnych wzorców.
Odporność na ataki kryptograficzne (np. kryptoanaliza statystyczna).



Kryteria Praktyczne

Rozmiar klucza i efektywność.
Łatwość implementacji (ryzyko błędów). Odporność na ataki sprzętowe (side-channel).



Kryteria Formalne (np. NIST)

Formalne dowody odporności dla określonych modeli ataków. Testy odporności w realnych scenariuszach.

6

Sekcja 2: AES jako Standard Przemysłowy

AES (Advanced Encryption Standard): Symetryczny szyfr blokowy, następca DES. Jest to obecnie najpowszechniej stosowany algorytm symetryczny.

Konstrukcja: Nie bazuje na sieci Feistla. Składa się z transformacji: AddRoundKey, MixColumns, ShiftRows, SubBytes.

Liczba Rund: Zależy od długości klucza (np. 10 rund dla klucza 128-bitowego, 14 dla 256-bitowego).

Zalety: Przejrzystość zasad opartych na matematyce (w ciele Galois $GF(2^8)$), co pozwala na formalną analizę.

Opracowanie własne na podstawie norm i przepisów.

AES: Szafa Pancerna Danych

Jak 128 bitów informacji staje się zaszyfrowanym chaosem.



Dziękuję za uwagę



Podstawy kryptografii Wykład nr 7 Temat: Praktyczne zastosowania kryptografii. Przyszłość kryptografii

*Dr inż. Marek B. Horyński
Katedra Informatyki Stosowanej*

PLAN PREZENTACJI

01

Szyfrowanie danych
SSL/TLS, VPN, dyski szyfrowane

02

Podpisy cyfrowe i PKI
Certyfikaty, e-podpis, e-commerce

03

Kryptowaluty i blockchain
Bitcoin, Ethereum, smart-kontrakty

04

Obliczenia kwantowe
Zagrożenia dla RSA i ECC

05

Kryptografia post-kwantowa
NIST PQC, algorytmy odporne

06

Homomorficzne i MPC
Obliczenia na zaszyfrowanych danych

01 / SZYFROWANIE DANYCH W PRAKTYCE

HTTPS / TLS 1.3

Szyfruje cały ruch web – bankowość, e-mail, media społecznościowe.

VPN

Tuneluje dane w sieci publicznej; AES-256 + ECDH w protokołach WireGuard i OpenVPN.

Szyfrowanie dysków

BitLocker (Windows), FileVault (macOS), VeraCrypt; AES-XTS chroni dane w spoczynku.

Szyfrowanie baz danych

Transparent Data Encryption (TDE) w SQL Server, Oracle i PostgreSQL.

95%

stron HTTPS
w Chrome (2024)

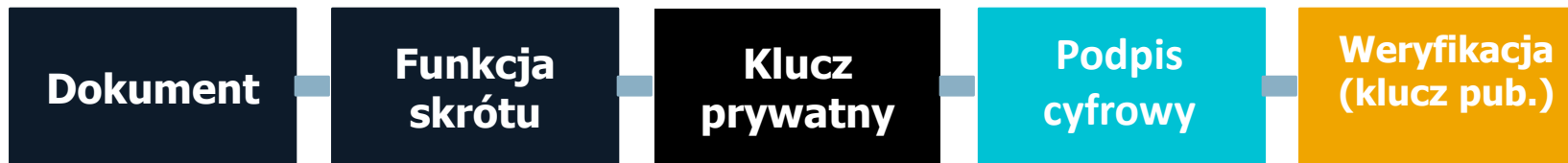
AES-256

standard rządowy
USA (NIST FIPS 197)

~1 ms

narzut TLS 1.3
na połączenie

02 / PODPISY CYFROWE I PKI



Kwalifikowany e-podpis

Równoważny prawnie podpisowi odręcznemu w UE (eIDAS).

Certyfikaty SSL/TLS

CA podpisuje certyfikat serwera; przeglądarka weryfikuje łańcuch.

Podpisywanie kodu

Microsoft, Apple i Google wymagają podpisanych paczek (codesign).

Bankowość i e-commerce

3D Secure, BLIK, PSD2 – silne uwierzytelnianie klientów.

03 / KRYPTOWALUTY I BLOCKCHAIN

Kryptografia asymetryczna (secp256k1)

Para kluczy ECDSA: klucz prywatny = własność środków;
klucz publiczny = adres portfela.

~21M

limit BTC
(entropia klucza pryw.)

Funkcje skrótu (SHA-256)

Każdy blok zawiera hash poprzedniego – niezmiennalność łańcucha. Mining = znajdowanie nonce z Proof-of-Work.

2¹⁶⁰

przestrzeń adresów
Ethereum

Smart-kontrakty (Ethereum)

Bytecode na EVM; logika biznesowa bez pośredników.
Zero-knowledge proofs w rollupach L2.

ZKP

Zcash, Aztec,
StarkNet

04 / OBLICZENIA KWANTOWE – ZAGROŻENIA

Algorytm	Rozmiar klucza dziś	Bezpieczeństwo kwantowe	Atak kwantowy
RSA-2048	2048 bit	Zagrożony	Algorytm Shora
ECC-256	256 bit	Zagrożony	Algorytm Shora
AES-128	128 bit	Oslabiony	Algorytm Grovera (→ 64-bit)
AES-256	256 bit	Akceptowalny	Algorytm Grovera (→ 128-bit)
SHA-256	256 bit	Akceptowalny	Grover – minimalny wpływ

CRYPTOGRAPHICALLY RELEVANT QUANTUM COMPUTER (CRQC): szacowany ok. 2030–2035

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach:
FUNDUSZE EUROPEJSKIE DLA ROZWOJU SPOŁECZNEGO 2021-2027 (FERS)
"POLLUB z nami nowoczesne technologie" FERS.01.05-IP.08-0319/23-00



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



05 / KRYPTOGRAFIA POST-KWANTOWA (PQC)

NIST PQC 2024 – Standardy
zatwierdzone

CRYSTALS-Kyber (ML-KEM)

Rodzina: Kratki

Zastosowanie: Wymiana kluczy (KEM)

CRYSTALS-Dilithium (ML-DSA)

Rodzina: Kratki

Zastosowanie: Podpisy cyfrowe

FALCON (FN-DSA)

Rodzina: NTRU / Kratki

Zastosowanie: Podpisy (małe kl.)

SPHINCS+ (SLH-DSA)

Rodzina: Drzewa skrótów

Zastosowanie: Podpisy (bez kratki)

Google, Apple i Cloudflare już wdrażają ML-KEM w TLS 1.3 (hybrydowe tryby X25519+Kyber768)

06 / HOMOMORFICZNE SZYFROWANIE I MPC

Fully Homomorphic Encryption (FHE)

- Obliczenia na zaszyfrowanych danych bez odszyfrowania.
- Pionierzy: Craig Gentry (2009) – pierw. pełny schemat.
- Schematy: BFV, CKKS, TFHE – biblioteki: SEAL, OpenFHE, HELib.
- Zastosowania: ML na prywatnych danych (Google, Microsoft Azure), medycyna, finanse.
- Wyzwanie: $\sim 1000\times$ wolniejsze niż operacje na jawnych danych (aktywne badania nad akceleracją FPGA/ASIC).

Multi-Party Computation (MPC)

- Strony wspólnie obliczają funkcję bez ujawniania wejść.
- Protokoły: Garbled Circuits, Secret Sharing (Shamir), SPDZ.
- Zastosowania: przetargi, portfele kryptowalut bez HSM, aukcje.
- Threshold Signatures (TSS): zastępuje multisig; używany przez Fireblocks, ZenGo.
- MPC + ZKP = podstawa prywatnych rolupów (Aztec, Aleo).

MAPA DROGOWA PRZYSZŁOŚCI KRYPTOGRAFII



PODSUMOWANIE

Kryptografia: fundament cyfrowego świata

- Szyfrowanie chroni miliardów użytkowników każdego dnia.
- Podpisy cyfrowe zapewniają autentyczność i niewyparcie.
- Blockchain i ZKP tworzą nową warstwę zaufania.
- Era kwantowa wymaga natychmiastowej migracji do PQC.
- FHE i MPC otwierają erę obliczeń na prywatnych danych.

"Cryptography is the ultimate form of non-violent direct action." – Julian Assange

10

Dziękuję za uwagę